Monte – Carlo basierte Entwicklung einer Neutronenabschirmung für das COBRA – Experiment

Diplomarbeit
Institut für Experimentalphysik
der Universität Hamburg

vorgelegt von

Nadine Heidrich

am 30. Juli 2010

Universität Hamburg

Monte – Carlo – based Development of a Neutron Shielding for the COBRA – Experiment

Abstract

Within the framework of this diploma thesis a Monte – Carlo – based study of different concepts for a shielding against muon – induced neutrons for the COBRA – experiment is conducted. The main goal is to reduce the background more efficiently than does the shielding proposed by the University of Warwick (Warwick – shielding), or to get a background reduction of the same order of magnitude by using an easier layout. The Warwick – shielding consists of eleven layers of different materials, resulting in a background of $(2.9 \pm 0.6) \cdot 10^{-5}\ \frac{\text{events}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}$. Both goals are achieved with a four – layer shielding, made of 10 cm lithium – doped polyethylene, 10 cm boron – doped polyethylene, 10 cm copper and 30 cm iron, resulting in a background of $(8 \pm 2) \cdot 10^{-6}\ \frac{\text{events}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}$. In addition, a shielding consisting of seven modified bricks from the OPERA – experiment in combination with a 3 cm thick layer of lithium – doped polyethylene was developed. This shielding achieved a background of $(3 \pm 1) \cdot 10^{-6}\ \frac{\text{events}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}$.

Monte – Carlo basierte Entwicklung einer Neutronenabschirmung für das COBRA – Experiment

Kurzfassung

Im Rahmen dieser Diplomarbeit wird eine auf Monte – Carlo – Simulationen basierende Studie zu verschiedenen Konzepten für eine Abschirmung gegen Myon – induzierte Neutronen für das COBRA – Experiment durchgeführt. Das primäre Ziel besteht darin, eine niedrigere Untergrundrate als die bereits vorgeschlagene Abschirmung der Universität Warwick (Warwick – Abschirmung) zu erreichen, bzw. durch einen einfacheren Aufbau eine gleichwertige Untergrundrate zu erreichen. Die Warwick – Abschirmung erreicht eine Untergrundrate von $(2,9 \pm 0,6) \cdot 10^{-5}\ \frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}$, ist allerdings mit elf Schichten kompliziert aufgebaut. Das Ziel wird erreicht, indem eine Abschirmung aus vier Schichten simuliert wird, bestehend aus 10 cm Lithium – dotiertem Polyethylen, 10 cm Bor – dotiertem Polyethylen, 10 cm Kupfer und 30 cm Eisen. Mit Hilfe dieser Abschirmung wurde eine Untergrundrate von $(8 \pm 2) \cdot 10^{-6}\ \frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}$ erreicht. Des Weiteren wird eine ähnlich komplizierte Abschirmung aus sieben modifizierten Bricks aus dem OPERA – Experiment in Verbindung mit einer 3 cm dicken Schicht aus Lithium – dotiertem Polyethylen getestet, die eine Untergrundrate von $(3 \pm 1) \cdot 10^{-6}\ \frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}$ erreicht.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **7**

2 Aspekte der Neutrinophysik **9**
2.1 Das Standardmodell 9
2.2 Die schwache Wechselwirkung 12
2.3 Eigenschaften der Neutrinos 13
2.3.1 Neutrinooszillation und Neutrinomassen 14

3 Der Doppel – Betazerfall **21**
3.1 Einführung 21
3.2 Betrachtung der Zerfallsmoden 23
3.2.1 Der 2ν Doppel – Betazerfall 23
3.2.2 Der 0ν Doppel – Betazerfall 24
3.2.3 Alternative Prozesse 25
3.3 Zerfallsraten 26
3.4 Majoron – Erzeugung 27
3.5 Kernstruktureffekte 28
3.6 Experimente 29
3.6.1 Das Heidelberg – Moscow – Experiment 30
3.6.2 Cuoricino / CUORE 32

4 Untergrundereignisse **35**
4.1 Einführung 35
4.1.1 Radioaktivität in der Umgebung [Heu95] 36
4.1.2 Radon [Heu95] 36
4.1.3 Kosmische Strahlung [Heu95] 37
4.1.4 $2\nu\beta\beta$ – Zerfall 39
4.2 Neutronen – Untergrundereignisse 40
4.2.1 Myon – induzierte Neutronen 40
4.2.2 Wechselwirkungen von Neutronen 43
4.3 Neutronenfluss – Messungen am LNGS 43

5 Das COBRA – Experiment **47**
5.1 Das Konzept 47
5.2 Der R&D – Aufbau am LNGS 49

6 Entwicklung von Abschirmungskonzepten **53**
6.1 Venom Simulation Framework 53
6.1.1 Mathematische Ungenauigkeiten bei Monte – Carlo – Simulationen 54
6.2 Aufbau der Monte – Carlo – Simulationen 55
6.2.1 Simulation des Detektoraufbaus 55
6.2.2 Simulation der Neutronen 57
6.3 Vergleichsabschirmungen 59
6.3.1 Keine individuelle Schichten 59
6.3.2 Abschirmung der Universität Warwick 59
6.3.3 Adaptierte Abschirmung des Cuoricino – Experiments 60
6.4 Konzepte für eine Abschirmung 61
6.4.1 Single – Layer – Abschirmung 62
6.4.2 Multi – Layer – Abschirmung 63
6.4.3 OPERA – Brick – Abschirmung 64
6.4.4 Tank – Abschirmung 68

7 Auswertung der Abschirmungen **69**
7.1 Aufbau der Auswertung 69
7.2 Auswertung: Vergleichsabschirmungen 72
7.3 Auswertung: Single – Layer – Abschirmung 74
7.4 Auswertung: Multi – Layer – Abschirmung 75
7.5 Auswertung: OPERA – Brick – Abschirmung 81
7.6 Auswertung: Tank – Abschirmung 86
7.7 Vergleich der besten Abschirmungen 88

8 Zusammenfassung **91**

A Daten zu den verwendeten Materialien **93**

B Detailierte Darstellung der Abschirmungen **97**

C Zusatztabellen für die Auswertung **99**

Kapitel 1

Einleitung

Haim Harari sagte einmal: „Neutrino physics is largely an art of learning a great deal by observing nothing“ und so konnte auch erst im Jahre 1956 durch F. Reines und C. L. Cowan das (Anti – Elektron –)Neutrino nachgewiesen werden, nachdem es bereits über 20 Jahre zuvor von W. Pauli postuliert wurde.
Obwohl Neutrinos eine wichtige Rolle in der Teilchenphysik, Astrophysik und Kosmologie spielen, konnten trotz zahlreicher Experimente bis heute nicht alle Fragen über ihre Merkmale, wie ihre Masse, Lebensdauer und elektromagnetischen Eigenschaften, beantwortet werden.
Im Standardmodell werden Neutrinos als masselose Dirac – Teilchen beschrieben. Jedoch zeigen bereits Experimente zur Neutrinooszillation, die abhängig von dem Massenunterschied der Neutrinos sind, dass mindestens zwei Neutrinos nicht masselos sind und gleichzeitig auch nicht alle Neutrinos die gleiche Masse besitzen.
Eine weitere Betrachtung der Neutrinos wurde von E. Majorana vorgeschlagen. Hier können die Masseneigenzutände der Neutrinos Superpositionen von Teilchen und Antiteilchen sein, da Neutrinos keine Ladung besitzen und die Leptonenzahl nicht explizit erhalten ist. Daraus würde folgen, dass Neutrinos und Antineutrinos zwei Helizitätszustände desselben Teilchens, des Majorana – Neutrinos, sind. Die Diskussion über den Charakter der Neutrinos, Dirac– oder Majorana – Teilchen, konnte bisher nicht experimentell geklärt werden.
Allerdings existiert die experimentelle Möglichkeit, sowohl über den Charakter der Neutrinos zu entscheiden, als auch die effektive Masse des Elektronneutrinos zu bestimmen, indem der neutrinolose Doppel – Betazerfall, postuliert von W. H. Fury, nachgewiesen wird. Für Experimentatoren ist ein $0\nu\beta\beta$ – Zerfall – Experiment an sich eine Herausforderung, da die Halbwertszeiten im Bereich größer als 10^{20} Jahre liegen und sie damit zu den Niedrigratenexperimenten zählen. Ein Experiment, dass sich dieser Herausforderung annimmt, ist COBRA[1], dass mit Hilfe von CdZnTe – Halbleiterdetektoren den neutrinolosen Doppel – Betazerfall nachweisen will. Aufgrund der erwartenden niedrigen Raten muss der Untergrund dementsprechend reduziert werden, weshalb eine große Anforderung darin besteht, eine geeignete Abschir-

[1] COBRA: Cadmium – Zinc – Telluride 0 – Neutrino Double – Beta Research Apparatus, R&D – Phase, LNGS, Italien

mung für den experimentellen Aufbau zu entwickeln. Neben den Untergrundereignissen von Myonen oder Gammastrahlung spielen sowohl hochenergetische als auch thermische Neutronen eine wichtige Rolle. Hochenergetische Neutronen aus Myon – Wechselwirkungen können Energien bis in den GeV – Bereich erreichen, über weite Strecken propagieren und Sekundärteilchen wie Photonen auslösen. Da Cadmium bei COBRA als Quellmaterial dient und ^{113}Cd einen hohen Wirkungsquerschnitt für thermische Neutronen besitzt, wodurch über (n,γ) – Reaktionen Photonen entstehen, ist es auch wichtig, dass hochenergetische Neutronen nicht nur erfolgreich abgebremst, sondern auch absorbiert werden.
Aus diesen Gründen ist eine Abschirmung notwendig. In dieser Arbeit basiert die Entwicklung einer Abschirmung auf Monte – Carlo – Simulationen. Dazu werden in dieser Arbeit einzelne Materialien und Abschirmmöglichkeiten getestet. Ein Vorschlag von der Universität Warwick für eine Abschirmung existiert bereits. Da diese Abschirmung jedoch eine komplizierte Struktur besitzt, ist das primäre Ziel dieser Arbeit, durch einen einfacheren Aufbau die gleiche Untergrundrate zu erreichen, oder durch einen ähnlich komplizierten Aufbau die Untergrundrate weiter zu reduzieren.
Zunächst wird im zweiten Kapitel eine Einführung in die Neutrinophysik gegeben. Dazu wird das Standardmodell mit seinen Teilchen und Wechselwirkungen, vor allem die schwache Wechselwirkung, eingeführt. Darüberhinaus werden die Eigenschaften des Neutrinos dargestellt und Masseterme für Neutrinos hergeleitet. Im dritten Kapitel folgt die theoretische Behandlung des Doppel – Betazerfalls. Es werden verschiedene Zerfallsmoden, die zugehörigen Zerfallsraten und die Kernstruktureffekte vorgestellt. Ferner werden experimentelle Voraussetzungen für den $0\nu\beta\beta$ – Zerfall beschrieben und das Heidelberg – Moscow–, sowie das Cuoricino/CUORE[2] – Experiment präsentiert. Im vierten Kapitel werden die Untergrundereignisse, die Niedrigratenexperimente beeinflussen, diskutiert. Die Zusammensetzung des Neutronuntergrunds wird beschrieben und des Weiteren werden Messungen des Neutronenflusses am LNGS vorgestellt. Im fünften Kapitel wird das Konzept und der momentane R&D[3] – Aufbau des COBRA – Experiments dargestellt.
Für die Entwicklung der Abschirmung werden Monte – Carlo – Simulationen verwendet. Der Aufbau der Simulation des Detektors, der Neutronen, sowie Konzepte für eine Abschirmung werden in Kapitel 6 beschrieben. Die Ergebnisse der Simulationen werden in Kapitel 7 gezeigt und in Kapitel 8 zusammengefasst.
Im Rahmen dieser Diplomarbeit werden die in der Teilchenphysik allgemein üblichen natürlichen Einheiten verwendet, das heißt, die Lichtgeschwindigkeit c wird ebenso wie das reduzierte plancksche Wirkungsquantum $\hbar$ gleich 1 gesetzt, damit haben sowohl Energien, als auch Massen und Impulse die Einheit Elektronenvolt.

[2] CUORE: Cryogenic Underground Observatory for Rare Events, LNGS, Italien
[3] R&D: Research und Development, engl.: Forschung und Entwicklung

Kapitel 2

Aspekte der Neutrinophysik

In diesem Kapitel sollen einige Aspekte der Neutrinophysik dargestellt werden. Dazu wird zunächst das Standardmodell und die schwache Wechselwirkung beschrieben. Danach werden die Eigenschaften von Neutrinos disktutiert, sowie die Majoranamassenterme in der Lagrangedichte hergeleitet.

2.1 Das Standardmodell

Das Standardmodell der Teilchenphysik umfasst die vereinheitliche Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung und der Quantenchromodynamik[1].
Neben der Gravitation, die im Bereich der Teilchenphysik aufgrund der geringen Massen eine untergeordnete Rolle spielt, existieren noch drei elementare Wechselwirkungen – die elektromagnetische, die schwache und die starke Wechselwirkung. Jede von ihnen wird durch den Austausch von Vektorbosonen vermittelt. Eine Übersicht ist in Tabelle 2.1 dargestellt.

Tabelle 2.1: Gezeigt werden die drei Wechselwirkungen mit den jeweiligen Austauschbosonen, sowie die Ladung, an der die Bosonen koppeln und deren Masse.

Wechselwirkung	koppelt an	Austauschboson	Masse [GeV]
stark	Farbe	8 Gluonen (g)	0
elektromagnetisch	elektrische Ladung	Photon (γ)	0
schwach	schwacher Isospin	$W^{\pm}$ und Z^0	$\approx 10^2$

Gluonen, die selber Farbe tragen, können auch untereinander wechselwirken, ebenso das $W^{\pm}$– und Z^0 – Boson der schwachen Wechselwirkung. Die Reichweite der jeweiligen Wechselwirkung unterscheidet sich und hängt von der Masse des Austauschteilchens ab. Die elektromagnetische Wechselwirkung hat daher eine unendliche Reichweite, wohingegen die der schwachen Wechselwirkung auf ca. 10^{-3} fm [P$^+$04] begrenzt ist.

[1] Die Quantenchromodynamik ist die Theorie der starken Wechselwirkung.

Obwohl Gluonen ebenfalls keine Masse besitzen, ist die starke Wechselwirkung in ihrer Reichweite beschränkt. Der Grund dafür liegt in der Wechselwirkung der Gluonen miteinander. Bei Abständen $\gtrsim 1\,\mathrm{fm}$ [P+04] ist die Energie des Farbfeldes ausreichend, um reelle Quark – Antiquark – Paare zu bilden. Dieser Vorgang wird „confinement“[2] genannt und hat zur Folge, dass Teilchen, die Farbe tragen, nicht isoliert werden können.
Weitere fundamentale Teilchen sind die Quarks und Leptonen. Im Gegensatz zu den Vektorbosonen handelt es sich hierbei um Spin – $\frac{1}{2}$ – Teilchen, also Fermionen. Quarks und Leptonen werden in sogenannten Familien mit aufsteigender Masse angeordnet, wie in Tabelle 2.2 dargestellt.

Tabelle 2.2: Angegeben ist die Zuordnung der Fermionen in die jeweiligen Familien, die elektrische Ladung, die Farbe (Ladung der starken Wechselwirkung), der schwache Isospin, die dritte Komponente des schwachen Isospins (Ladung der schwachen Wechelwirkung) und der Spin. Die gestrichenen Quarks d', s' und b' kennzeichnen Mischungszustände innerhalb der schwachen Wechselwirkung in Bezug auf die Eigenzustände d, s und b der starken Wechselwirkung

	Fermionmultipletts Familie 1	2	3	elektr. Ladung	Farbe	schwacher Isospin T	T_3	Spin
Lepton	$\begin{pmatrix}\nu_e\\ e\end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix}\nu_\mu\\ \mu\end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix}\nu_\tau\\ \tau\end{pmatrix}_L$	0 -1	–	$1/2$	$+1/2$ $-1/2$	$1/2$
	e_R	μ_R	τ_R	-1	–	0	0	$1/2$
Quarks	$\begin{pmatrix}u\\ d'\end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix}c\\ s'\end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix}t\\ b'\end{pmatrix}_L$	$+2/3$ $-1/3$	r, b, g	$1/2$	$+1/2$ $-1/2$	$1/2$
	u_R d_R	c_R s_R	t_R b_R	$+2/3$ $-1/3$	r, b, g	0	0	$1/2$

Zu allen Fermionen gibt es Antifermionen mit gleicher Masse, aber entgegengesetzter Ladung, Farbe und dritter Komponente des schwachen Isospins.
Für die Leptonen existiert eine weitere Erhaltungsgröße, die Leptonenzahl. In Prozessen, die im Standardmodell beschrieben werden, bleiben die Leptonenfamilienzahlen L_e, L_μ und L_τ und die gesamte Leptonenzahl $L = L_e + L_\mu + L_\tau$ erhalten. Interessant wird die Betrachtung der Leptonenzahl bei Prozessen, die Physik jenseits des Standardmodells entsprechen, da Prozesse untersucht werden, die zur Folge haben, dass sowohl die Leptonenfamilienzahl (siehe Kapitel 2.3.1), als auch die gesamte Leptonenzahl (siehe Kapitel 3) verletzt wird und damit keine Erhaltungsgröße ist.
Dass weder nur zwei noch eine vierte Generation von Neutrinos existiert, lässt sich experimentell aus der Breite der Z^0 – Resonanz zeigen. Die Gesamtbreite für den Zerfall

[2] engl.: Einsperrung

des Z^0 in ein Fermion – Antifermion – Paar

$$Z^0 \to f\bar{f} \tag{2.1}$$

wurde am „Large Electron – Positron Collider“, kurz LEP, am CERN[3] in der Schweiz vermessen. Der experimentell bestimmte Wert ist nach [Lan95]

$$\Gamma^{exp}_{Z^0,tot} = (2490 \pm 7)\,\text{MeV}. \tag{2.2}$$

Zur Veranschaulichung ist in Abbildung 2.1 der Wirkungsquerschnitt[4] σ der Reaktion $e^+e^- \to$ Hadronen in der Nähe der Z^0 – Resonanz gegen die Schwerpunksenegie $\sqrt{s}$ dargestellt. Gezeigt werden Ergebnisse aus dem OPAL[5] – Experiment und theoretische Vorhersagen für die Fälle, dass zwei, drei oder vier aktive[6] Neutrino – Flavour[7] existieren.

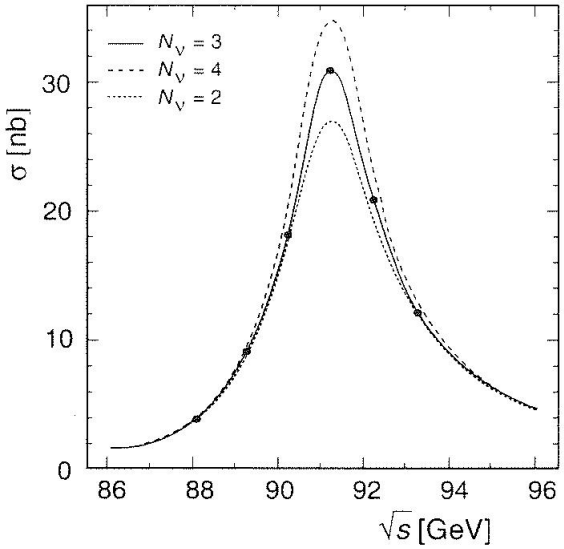


Abbildung 2.1: Der Wirkungsquerschnitt der Reaktionen $e^+e^- \to$ Hadronen in der Nähe der Z^0 – Resonanz mit den theoretische Vorhersagen für die Fälle, dass zwei, drei oder vier aktive Neutrino – Flavour existieren [P+04].

Die Anzahl der Neutrino – Flavour wurde nach [A+08a] zu

$$N_\nu = 2,984 \pm 0,008 \tag{2.3}$$

bestimmt, indem die Partialbreiten für Zerfälle in Quark– oder Leptonen – Paare von der gesamten Breite $\Gamma^{exp}_{Z_0,tot}$ abgezogen wurden. Dieser Zusammenhang kann auch als Hinweis auf die Existenz von nur drei Familien von Quarks und Leptonen gedeutet werden.

[3] CERN: Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire, Schweiz

[4] Der Wirkungsquerschnitt σ wird mit der Einheit barn (b) angegeben. Dabei entspricht $1\,\text{barn} = 100\,\text{fm}^2$.

[5] OPAL: Omni Purpose Apparatus at LEP (Large Elekron – Positron, Teilchenbeschleiniger, CERN), Schweiz

[6] Aktive Neutrinos nehmen an der schwachen Wechselwirkung teil und sind im Standardmodell enthalten (siehe Kapitel 2.3.1).

[7] engl.: Geschmack; berücksichtigt werden nur leichte Neutrinos mit einer Masse $m_\nu \ll 10\,\text{GeV}$.

2.2 Die schwache Wechselwirkung

Die Entdeckung der schwachen Wechselwirkung und die ersten Theorien hierzu basieren auf der Entdeckung des $\beta-$Zerfalls. Gebundene Zustände, die sich aufgrund dieser Wechselwirkung bilden, sind nicht bekannt. Sie ist aber für den Zerfall von Quarks und Leptonen verantwortlich.
In Streuexperimenten lässt sich die schwache Wechselwirkung nur schwer beobachten, da ihre Effekte zumeist von der elektromagnetischen und der starken Wechselwirkung überlagert werden und Neutrinos, die nur der schwachen Wechselwirkung unterliegen, einen zu geringen Wirkungsquerschnitt besitzen. Deshalb stammen die meisten Informationen über diese Wechselwirkung von Teilchenzerfällen.
Der geladene Strom der schwachen Wechselwirkung wird über die Vektorbosonen $W^{\pm}$ vermittelt. Bei diesen Reaktionen ändert sich die Ladung um $\pm 1\,e$ und damit die Identität der Fermionen. Reaktionen, bei denen die Fermionen unverändert bleiben, werden innerhalb der schwachen Wechselwirkung über das Z^0-Boson[8], den neutralen Strom, vermittelt.
Obwohl die schwache Kopplungsstärke α_{weak} größer als die elektromagnetische α ist, ist die effektive Stärke der schwachen Wechselwirkung für kleinere Energien gering. Grund dafür ist der Propagatorterm im Matrixelement, der für kleine Viererimpulsüberträge Q umgekehrt proportional zum Quadrat der Masse des Austauschbosons ist:

$$M_{fi} \propto g \cdot \frac{1}{Q^2 + M^2} \cdot g \xrightarrow{Q^2 \to 0} \frac{g^2}{M^2}. \tag{2.4}$$

Die schwache Wechselwirkung verletzt die Parität P, was bedeutet, dass Reaktionen der schwachen Wechselwirkung nicht spiegelsymmetrisch sind. Bei einer paritätsverletzenden Wechselwirkung hat das Matrixelement sowohl einen Vektor– als auch einen Axialvektoranteil. Deren Stärken werden durch die Koeffizienten c_V und c_A beschrieben. Je kleiner der Betragsunterschied dieser Koeffizienten ist, desto stärker ist die Parität verletzt. Eine $V + A-$Wechselwirkung ($c_V = c_A$) koppelt ausschliesslich an rechtshändige Fermionen und linkshändige Antifermionen, während eine $V - A-$Wechselwirkung ($c_V = -c_A$) nur an linkshändige Fermionen und rechtshändige Antifermionen koppelt.
Bisher zeigen alle Experimente, dass Neutrinos grundsätzlich linkshändig und Antineutrinos rechtshändig sind, was bedeutet, dass der geladene Strom der schwachen Wechselwirkung die Parität maximal verletzt.

Die elektromagnetische und schwache Wechselwirkung können als Aspekte einer gemeinsamen Wechselwirkung, der elektroschwachen Wechselwirkung, verstanden werden. Im Jahre 1967 wurde diese Theorie (GSW – Theorie) von S. Glashow, A. Salam und S. Weinberg beschrieben.

[8] In der elektromagnetischen Wechselwirkung werden diese Reaktionen über das Photon vermittelt.

2.3 Eigenschaften der Neutrinos

Im Standardmodell werden Neutrinos als ladungsfreie und masselose Dirac – Teilchen[9] beschrieben. Sie unterliegen lediglich der schwachen Wechselwirkung und sind daher schwer zu detektieren.
Postuliert wurde das Neutrino im Jahre 1930 von W. Pauli, um das kontinuierliche Energiespektrum der emittierten Elektronen des β^- – Zerfalls

$$n \rightarrow p + e^- + \overline{\nu}_e \tag{2.5}$$

erklären zu können. Zuvor schien durch diesen Zerfall die Energie– und Drehimpulserhaltung verletzt, da lediglich das Elektron und das Proton detektiert wurden und man somit von einem Zwei – Körper – Zerfall ausging und einen festen Energiewert erwartete [Pau78].
Nachgewiesen wurde das Anti – (Elektron) – Neutrino erst im Jahre 1956 durch F. Reines und C. L. Cowan, die den inversen β^- – Zerfall

$$\overline{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n \tag{2.6}$$

am Savannah River Kernreaktor mit 4200 l Flüssigszintillator untersuchten [RC56]. Ihnen gelang sowohl der Nachweis des Positrons e^+ über die Paarvernichtung, als auch der Nachweis des Neutrons über die Reaktion

$$n + {}^{A}_{48}\mathrm{Cd} \rightarrow {}^{A+1}_{48}\mathrm{Cd}^* \rightarrow {}^{A+1}_{48}\mathrm{Cd} + \gamma\,. \tag{2.7}$$

Die Entdeckung des Myon – Neutrinos erfolgte im Jahre 1962 [D$^+$62] im Brookhaven National Laboratory in New York und die des Tau – Neutrinos erst im Jahre 2000 beim DONuT[10] – Experiments am Fermilab[11] [Hos00].
Obwohl Neutrinos schon in einigen Experimenten untersucht wurden, ist bisher über ihre Eigenschaften wenig bekannt. So konnte noch nicht geklärt werden, ob Neutrinos Dirac– oder Majorana – Teilchen sind. Im Standardmodell werden Neutrinos als Dirac – Teilchen beschrieben und treten als Neutrinos ν und Antineutrino $\overline{\nu}$ auf. Da sie jedoch keine Ladung tragen, könnten sie auch ihr eigenes Antiteilchen sein und würden dann zu den Majorana – Teilchen zählen:

$$\nu = \overline{\nu} = \nu_M\,. \tag{2.8}$$

Die Operation, die ein Teilchen in sein Antiteilchen transformiert, ist die Ladungskonjugation C. In der schwachen Wechselwirkung ist C nicht erhalten. Stattdessen wird die Operation CP bzw. CPT[12] angewendet. Dies führt zu einer verallgemeinerten Definition eines Majorana – Teilchens [KKS95, GR95]:
Einerseits wird auf ein Neutrino ν_- mit der Helizität[13] $H = -1$ die CPT – Operation angewendet. Es entsteht ein Antineutrino $\overline{\nu}_+$ mit der Helizität $H = +1$. Andererseits

[9] Bei Dirac – Teilchen sind Teilchen und Antiteilchen nicht identisch.
[10] DONuT: Direct Observation of Nu Tau, Fermilab, USA
[11] Fermilab: Fermi National Acceleration Laboratory, USA
[12] C: Landungskonjugation, P: räumliche Spiegelung, T: Zeitumkehr
[13] Die Helizität H ist gegeben durch $H = \frac{\vec{s}\cdot\vec{p}}{|\vec{p}|}$.

wird eine Lorentz – Transformation durchgeführt. Wenn $m_\nu > 0$ angenommen wird und es sich damit nicht mit Lichtgeschwindigkeit bewegt, gibt es Systeme in denen die Neutrinogeschwindigkeit größer ist, als vor der Transformation. Es entsteht aus dem ν_- ein Neutrino ν_+ mit der Helizität $H = +1$. Vergleicht man die CPT – Operation mit der Lorentz – Transformation, kann man feststellen, ob die beiden entstehenden Neutrinos ν_+ und $\overline{\nu}_+$ identisch sind. Wenn dies der Fall ist, handelt es sich bei dem Neutrino um ein Majorana – Teilchen. Sind sie nicht identsich, handelt es sich um Dirac – Teilchen.

Unabhängig von dieser Frage wurde in Experimenten (zum Beipsiel Super – Kamiokande [W$^+$10]) beobachtet, dass eine zeitabhängige Umwandlung der Neutrinoarten, Neutrinooszillation genannt, existiert, wodurch eine Neutrinomasse impliziert wird (siehe Kapitel 2.3.1). Nun stellt sich zusätzlich die Frage, warum die Neutrinomassen so viel kleiner sind, als die Massen der zugehörigen Leptonen e, μ und τ. Des Weiteren existieren Unklarheiten über die elektromagnetischen Eigenschaften und die Lebensdauer der Neutrinos. Die wichtigste offene Fragestellung bleibt allerdings die Frage nach den Neutrinomassen.

2.3.1 Neutrinooszillation und Neutrinomassen

Bei der Neutrinooszillation kann sich ein Neutrino mit dem Anfangszustand $|\nu_\alpha\rangle$ in einen anderen Flavour $|\nu_\beta\rangle$

$$|\nu_\alpha\rangle \rightarrow |\nu_\beta\rangle \tag{2.9}$$

mit $\alpha \neq \beta$ und $\alpha, \beta = e, \mu, \tau$ und zurück umwandeln. Die Frequenz dieser Oszillation ist abhängig von dem Massenunterschied der Neutrinos, folglich müssen mindestens zwei Neutrinos eine Masse ungleich Null besitzen. Gleichzeitig dürfen nicht alle Neutrinos die gleiche Masse besitzen.
Beschrieben wird die Neutrinooszillation analog zur Quarkmischung. Hierbei sind die Flavour – Eigenzustände aus dem Standardmodell $|\nu_\alpha\rangle$ mit $\alpha = e, \mu, \tau$ und die Massen – Eigenzustände $|\nu_i\rangle$ mit $i = 1, 2, 3$ der Neutrinos nicht identisch, sondern sind über eine unitäre Matrix U verbunden:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{i=1}^{3} U_{\alpha i} |\nu_i\rangle \tag{2.10}$$

$$|\nu_i\rangle = \sum_{\alpha=1}^{3} U^*_{\alpha i} |\nu_\alpha\rangle. \tag{2.11}$$

Die 3×3 – Matrix U wird nach ihren Entdeckern Pontecorvo – Maki – Nakagawa – Sakata – Matrix, kurz PMNS – Matrix, genannt und kann durch drei Mischungswinkel und eine CP – verletzende Phase für Dirac – Teilchen dargestellt werden. Für Majorana – Teilchen gibt es noch zwei weitere Phasen, die allerdings nur eine Rolle spielen, wenn sich in Prozessen die gesamte Leptonenzahl verändert. Die Majorana – Phasen sind demnach für die Neutrinooszillation nicht wichtig.

In Neutrinooszillations – Experimenten wurde zwar gezeigt, dass eine nicht verschwindende Neutrinomasse existiert, jedoch sind diese Experimente lediglich sensibel auf das Quadrat der Differenz der Eigenwerte der Massen – Eigenzustände, wovon zwei Massendifferenzen unabhängig sind. Aktuelle Ergebnisse werden in [MS10] mit

$$\Delta m_{21}^2 = 7,59^{+0.23}_{-0,18} \cdot 10^{-5}\,\mathrm{eV}^2 \tag{2.12}$$

$$\left|\Delta m_{32}^2\right| = 2,40^{+0.12}_{-0,11} \cdot 10^{-3}\,\mathrm{eV}^2 \tag{2.13}$$

angegeben. Die absoluten Werte für die Massen der Neutrinos bleiben allerdings verborgen. Da für Δm_{32}^2 das Vorzeichen unbekannt ist, existieren zwei Massenhierachien, die in Abbildung 2.2 dargestellt sind. Die linke Grafik zeigt die normale Hierachie, die rechte die invertierte Hierachie.

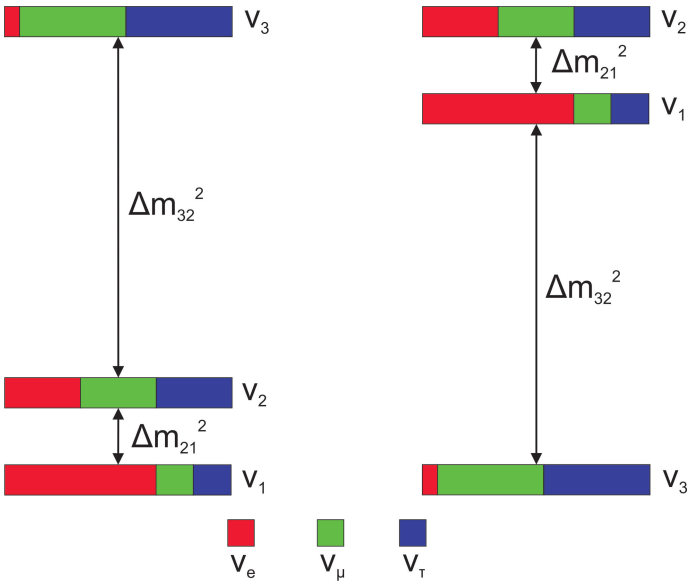


Abbildung 2.2: Gezeigt ist die normale Hierachie (links) und die invertierte Hierachie (rechts) für die Neutrinomassen. Es existieren zwei Hierachien, da das Vorzeichen von Δm_{32}^2 unbekannt ist.

Es gibt zwei Arten von Experimenten, die Auskunft über die Massen geben können [KKS95, GR95]. Zum einen sind das direkte Bestimmungen der Neutrinomassen aus der Kinematik in geeigneten schwachen Zerfallen, wie der Endpunktanalyse des β – Zerfall (z.B. KATRIN[14]). Die gemessene Elektronneutrinomasse m_{ν_e} ist ein gewichteter Mittelwert der Masseneigenwerte m_i und gegeben durch

$$m_{\nu_e} = \sqrt{\sum_i |U_{ei}|^2 m_i^2}. \tag{2.14}$$

Zum anderen lässt sich die Neutrinomasse aus dem neutrinolosen Doppel – Beta – Zerfall bestimmen, wenn alle drei Phasen bekannt sind. Hier entspricht die Neutrinomasse der effektiven Majoranamasse (siehe Kapitel 3.3)

$$\langle m_{\nu_e} \rangle = \left|\sum_i U_{ei}^2 m_i\right| = \left|\sum_i |U_{ei}|^2 e^{2i\alpha_i} m_i\right| \tag{2.15}$$

[14]KATRIN: Karlsruhe Tritium Neutrino, Deutschland

mit den Majorana – Phasen α_i.

In der feldtheoretischen Behandlung lassen sich Dirac– und Majorana – Massenterme wie folgt herleiten. Allgemein wird die Kinematik von Fermionen durch die relativistische Wellengleichung, die Dirac – Gleichung (2.16), beschrieben.

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\,\psi = 0 \text{ mit } \mu = 0, 1, 2, 3 \tag{2.16}$$

Die Größen γ^μ werden so bestimmt, dass eine ebene Welle ψ die relativistische Energie – Impuls – Beziehung $E^2 = \vec{p}^2 + m^2$ erfüllt. Es folgt, dass jedes der γ^μ eine 4×4 – Matrix ist, die sich durch die Pauli – Matrizen σ_i darstellen lassen:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \mathbb{1} & 0 \\ 0 & -\mathbb{1} \end{pmatrix} \text{ und } \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix} \text{ mit i = 1, 2, 3.} \tag{2.17}$$

Die Pauli – Matrizen lauten in der Dirac – Darstellung

$$\sigma_1 = \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \tag{2.18}$$

ψ ist ein vierkomponentiger Spinor. Das entspricht vier Freiheitsgraden für Teilchen und Antiteilchen mit jeweils zwei Spineinstellungen. Vergleichbar mit der in der klassischen Mechanik verwendeten Lagrange – Funktion L, wird in der feldtheoretischen Betrachtung die Lagrange – Dichte $\mathcal{L}$ benutzt. Der Grund hierfür besteht darin, dass Felder nicht durch einzelne Koordinaten beschrieben werden, sondern Funktionen von Ort und Zeit sind. $\mathcal{L}$ hängt mit der Lagrange – Funktion L wie folgt zusammen:

$$L = \int dV \mathcal{L}. \tag{2.19}$$

Die Lagrange – Dichte für die Dirac – Gleichung lautet für freie Teilchen

$$\mathcal{L} = \overline{\psi}\,(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\,\psi. \tag{2.20}$$

Anstatt den Real– und Imaginärteil von ψ zu betrachten, wird äquivalent der Spinor $\overline{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$ mit dem komplex konjugierten und transponierten Spinor $\psi^\dagger$ verwendet. Mit Hilfe der Euler – Lagrange – Gleichung,

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial\,(\partial_\mu x_i)} = 0, \tag{2.21}$$

mit $x_i = \psi, \overline{\psi}$, erhält man wieder die Dirac – Gleichung für ψ bzw. die adjungierte Dirac – Gleichung für $\overline{\psi}$.
ψ kann mit den Chiralitäts – Projektionsoperatoren $P_{L,R}$ in seine chiralen[15] Komponenten zerlegt werden:

$$\psi_L = P_L \psi \text{ und } \psi_R = P_R \psi \tag{2.22}$$

[15] links– und rechtshändige Komponenten

mit

$$P_{L,R} = \frac{1}{2}\left(1 \mp \gamma^5\right) \text{ mit } \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{1} \\ \mathbb{1} & 0 \end{pmatrix}. \tag{2.23}$$

Für masselose Teilchen sind die Chiralität und die Helizität $H = \frac{\vec{s}\cdot\vec{p}}{|\vec{p}|}$ identisch. In diesem Sinn bedeutet rechts– bzw. linkshändig, dass die Helizität positiv bzw. negativ ist.
Für die Herleitung der Neutrinomasse wird zunächst von nur einem Neutrino – Flavour ausgegangen. Der Dirac – Massenterm der Lagrange – Dichte 2.20 lautet

$$-\mathcal{L}_D = m_D\overline{\psi}\psi, \tag{2.24}$$

wobei m_D die Dirac – Masse ist. Damit $\mathcal{L}_D$ hermitesch ist, muss m_D reell[16] sein. Bei der Zerlegung der Spinoren in ihre chiralen Komponenten 2.22 erhält man

$$-\mathcal{L}_D = m_D\left(\overline{\psi_L}\psi_R + \overline{\psi_R}\psi_L\right) \tag{2.25}$$

mit $\overline{\psi}_R\psi_L = \left(\overline{\psi}_L\psi_R\right)^+$. Zu beachten ist, dass $\overline{\psi_L}\psi_L = \overline{\psi_R}\psi_R = 0$ ist. Für den Dirac – Massenterm werden demnach sowohl linkshändige, als auch rechtshändige Dirac – Neutrinos benötigt. Im Standardmodell existieren allerdings nur linkshändige Neutrinos, weshalb $m_D = 0$ sein muss [GR95].
Wenn neben dem Spinorfeld ψ auch der CP– bzw. CPT – konjugierte Spinor ψ^c hinzugezogen wird, erhält man den Majorana – Massenterm. $\overline{\psi^c}\psi^c$ ist hermitesch und äquivalent zu $\overline{\psi}\psi$, wodurch man einen äquivalenten Massenterm zu $\mathcal{L}_D$ erhält. $\overline{\psi}\psi^c$ und $\overline{\psi^c}\psi$ sind zueinander hermitesch konjugiert. Dadurch ergibt sich zusätzlich zu $\mathcal{L}_D$ ein hermitescher Majorana – Massenterm $\mathcal{L}_M$

$$-\mathcal{L}_M = \frac{1}{2}\left(m_M\overline{\psi}\psi^c + m_M^*\overline{\psi^c}\psi\right). \tag{2.26}$$

m_M ist die Majorana – Masse und wie m_D reell. Bei der Zerlegung nach [KKS95] in die chiralen Projektionen $\psi = \psi_L + \psi_R$ und $\psi^c = \psi_L^c + \psi_R^c$[17] ergeben sich zwei hermitesche Majorana – Massenterme

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_M &= \mathcal{L}_M^L + \mathcal{L}_M^R \text{ mit} \\ -\mathcal{L}_M^L &= \frac{1}{2}m_L\left(\overline{\psi_L}\psi_R^c + \overline{\psi_R^c}\psi_L\right) \\ -\mathcal{L}_M^R &= \frac{1}{2}m_R\left(\overline{\psi_R}\psi_L^c + \overline{\psi_L^c}\psi_R\right). \end{aligned} \tag{2.27}$$

Die Terme $\mathcal{L}_M^{L,R}$ vereinfachen sich durch die Einführung der zusammengesetzten Majorana – Felder $\phi_{1,2}$

$$\phi_1 = \psi_L + \psi_R^c \text{ und } \phi_2 = \psi_R + \psi_L^c \tag{2.28}$$

[16] $m_D = m_D^*$
[17] Notation: $\psi_{L,R}^c \equiv (\psi^c)_{L,R} = (\psi_{L,R})^c$
Bsp.: ψ_L^c beschreibt linkshändiges $\overline{\nu}$

zu

$$-\mathcal{L}_M^L = \frac{1}{2} m_L \overline{\phi_1} \phi_1 \text{ und } -\mathcal{L}_M^R = \frac{1}{2} m_R \overline{\phi_2} \phi_2. \tag{2.29}$$

Zu beachten ist, dass $\psi_{L,R}$ Wechselwirkungs – Eigenzustände, wohingegen $\phi_{1,2}$ Massen – Eigenzustände zu den Massen $m_{L,R}$ sind.
Der Dirac – Majorana – Massenterm ist der allgemeinste Massenterm und kombiniert 2.25 mit 2.27 zu

$$\begin{aligned} -2\mathcal{L}_{DM} &= m_D \left(\overline{\psi_L}\psi_R + \overline{\psi_L^c}\psi_R^c\right) + m_L \overline{\psi_L}\psi_R^c + m_R \overline{\psi_L^c}\psi_R + h.c. \\ &= \left(\overline{\psi_L}\psi_L^c\right) \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_R^c \\ \psi_R \end{pmatrix} + h.c. \\ &= \overline{\Psi_L} M \Psi_R^c + \overline{\Psi_R^c} M \Psi_L \end{aligned} \tag{2.30}$$

mit der Massenmatrix M[18], $\Psi_L = \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_L^c \end{pmatrix}$ und $\Psi_R^c = (\Psi_L)^c = \begin{pmatrix} \psi_R^c \\ \psi_R \end{pmatrix}$. Die Abkürzung h.c. steht für hermitesch konjugiert.
Im Standardmodell treten lediglich die Felder ψ_L und ψ_R^c auf und werden aktive Neutrinos genannt. Im Gegensatz dazu sind die Felder ψ_R und ψ_L^c im Standardmodell nicht enthalten und sind daher Kandidaten für sterile[19] Neutrinos.
Die zugehörigen Massen – Eigenwerte und –Eigenzustände zu 2.30 werden berechnet, indem die Massenmatrix M mit einer unitären Transformationsmatrix T diagonalisiert wird.

$$\begin{aligned} \tilde{M} &= T^+ M T = \begin{pmatrix} \tilde{m}_1 & 0 \\ 0 & \tilde{m}_1 \end{pmatrix} \\ \tilde{\Psi}_L &= T^+ \Psi_L = \begin{pmatrix} \psi_{1L} \\ \psi_{2L} \end{pmatrix} \\ \tilde{\Psi}_R^c &= T^+ \Psi_R^c = \begin{pmatrix} \psi_{1R}^c \\ \psi_{2R}^c \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{2.31}$$

Bei reellem M ist T eine orthogonale Matrix und gegeben durch

$$T = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} = \left(\vec{t}_1, \vec{t}_2\right). \tag{2.32}$$

Die beiden Spaltenvektoren $\vec{t}_i$ von T sind die Eigenvektoren von M zu den Eigenwerten $\tilde{m}_i$. Damit das homogene Gleichungssystem $(M - m)\,\vec{t} = 0$ Lösungen besitzt, muss $\det(M - m) = 0$ sein. Die beiden Lösungen und damit die beiden Eigenwerte ergeben sich zu

$$\tilde{m}_{1,2} = \frac{1}{2}\left[(m_L + m_R) \pm \sqrt{(m_L - m_R)^2 + 4m_D^2}\right]. \tag{2.33}$$

[18] Die Elemente der Massenmatrix sind bei CP – Erhaltung reell.
[19] Sterile Neutrinos sind diejenigen Neutrinos, die nicht an den bekannten Wechselwirkungen im Standardmodell beteiligt sind.

Der Winkel θ ist gegeben durch

$$\tan 2\theta = \frac{2m_D}{m_R - m_L}. \tag{2.34}$$

Die Eigenwerte $\tilde{m}_{1,2}$ können positiv oder negativ sein. Um positive Massen zu erhalten, wird nach [GK89] $\tilde{m}_k = \epsilon_k m_k$ mit $m_k = |\tilde{m}_k|$, $\epsilon_k = \pm 1$ und $k = 1, 2$ gesetzt. Einige interessante Beispiele sind die Fälle:

- $m_L = m_R = 0$
  Man erhält $m_{1,2} = m_D$ mit zwei entarteten Majorana – Zuständen, aus denen sich ein Dirac – Feld aufbauen lässt. Das Dirac – Neutrino kann damit als Paar zweier entarteter Majorana – Neutrinos aufgefasst werden.

- $m_D = 0$
  Es sind $m_{1,2} = m_{L,R}$. Dies ist der reine Majorana – Fall. [Sch97]

- $m_R \gg m_D$, $m_L = 0$
  Dieser Fall entspricht dem sogennanten Seesaw – Modell, das eine Erklärung liefert, weshalb die Neutrinomassen sehr viel kleiner sind als die Massen der zugehörigen Leptonen [GR95, KKS95].

Bei der Verallgemeinerung auf n Neutrinoflavour werden die chiralen Projektionen der Spinoren ψ und ψ^c zu n – komponentigen Spaltenvektoren im Flavourraum. Jede Zeile der Vektoren ist zusätzlich ein zweikomponentiger Spinor, entsprechend der zwei Helizitäten. Die Massen m_D, m_L und m_R werden $n \times n$ – Matrizen mit komplexen Elementen.

Kapitel 3

Der Doppel – Betazerfall

Der Doppel – Betazerfall wird in diesem Kapitel beschrieben. Dazu wird zunächst eine Einführung gegeben. Darauf folgt die Betrachtung der Zerfallsmoden mit den zugehörigen Zerfallsraten, die Erzeugung eines Majorons in Verbindung mit dem Doppel – Betazerfall und den Einfluss der Kernstruktureffekte. Zum Schluss werden sowohl experimentelle Herausforderungen vorgestellt als auch das Heidelberg – Moscow– und das Cuoricino / CUORE – Experiment beschrieben.

3.1 Einführung

Der Doppel – Betazerfall[1] ist ein Niederenergieprozess, bei dem zwei Neutronen in einem instabilen Kern (A, Z) mit A Nukleonen, Z Protonen und $A - Z$ Neutronen radioaktiv zerfallen. Dabei ändert sich die Kernladung Z um zwei Ordnungen, während die Anzahl der Nukleonen A erhalten bleibt.
Eine notwendige Bedingung, damit ein Doppel – Betazerfall stattfinden kann, ist:

$$m(Z, A) > m(Z + 2, A). \tag{3.1}$$

Der Grundzustand oder der angeregte Zustand des Tochterkerns $m(Z + 2, A)$ muss energetisch niedriger liegen als der des Mutterkerns. Bei $m(Z+2, A)$ handelt es sich um den übernächsten Tochterkern. Für den Zwischenzustand $m(Z + 1, A)$ muss dagegen

$$m(Z, A) < m(Z + 1, A) \tag{3.2}$$

gelten, wodurch ein einfacher β – Zerfall energetisch nicht möglich ist und zwei aufeinanderfolgende einfache β – Zerfälle demnach verboten sind. Durch den $\beta\beta$ – Zerfall kann diese Barriere quantenmechanisch untertunnelt werden.
Alle Kerne, die über einen Doppel – Betazerfall zerfallen können, sind gg – Kerne. Das bedeutet, dass die Anzahl von Protonen und Neutronen jeweils gerade ist. Erklären lässt sich dieser Zusammenhang anhand der Bethe – Weizsäcker – Formel. Die gesamte

[1] Es wird hier lediglich der $\beta^-\beta^-$ – Zerfall betrachtet. Für weitere Prozesse siehe Kapitel 3.2.3.

Bindungsenergie eines Kerns ist gegeben nach [Dem09] durch

$$\begin{aligned} E_B &= \Delta m \cdot c^2 \\ &= a_V A - a_S A^{\frac{2}{3}} - a_F (N-Z)^2 - a_C Z^2 \cdot A^{-\frac{1}{3}} + \delta \cdot a_p A^{-\frac{1}{2}}. \end{aligned} \tag{3.3}$$

Dabei sind die Werte a_V, a_S, a_F, a_C und a_p Konstanten, die empirisch bestimmt werden, und die Anteile der Volumenenergie, der Oberflächenenergie, der Asymmetrieenergie, der Coulombenergie und der Paarbildungsenergie zur gesamten Bindungsenergie beschreiben. Der Faktor δ gibt die Art des Kerns[2] an:

$$\delta = \begin{cases} +1 & \text{für gg – Kerne} \\ 0 & \text{für gu – oder ug – Kerne} \\ -1 & \text{für uu – Kerne.} \end{cases} \tag{3.4}$$

Mit Hilfe der Gleichung 3.3 lässt sich erkennen, dass die Massenabhängigkeit $m(A, Z)$ innerhalb einer Isobarenreihe mit $A = const$ für gerade und ungerade Massenzahlen A quadratisch von der Kernladung Z abhängt. Für ungerades A (gu– oder ug – Kerne) gibt es nur eine Parabel mit einem Minimum. Daher existiert nur ein stabiles Isobar mit $Z = Z_0$. Dagegen gibt es für gerades A (gg– und uu – Kerne) aufgrund des Faktors δ zwei Parabeln (siehe Abbildung 3.1), jeweils eine für gg– und uu – Kerne, weshalb mehrere stabile Isobare existieren und ein Doppel – Betazerfall möglich ist.

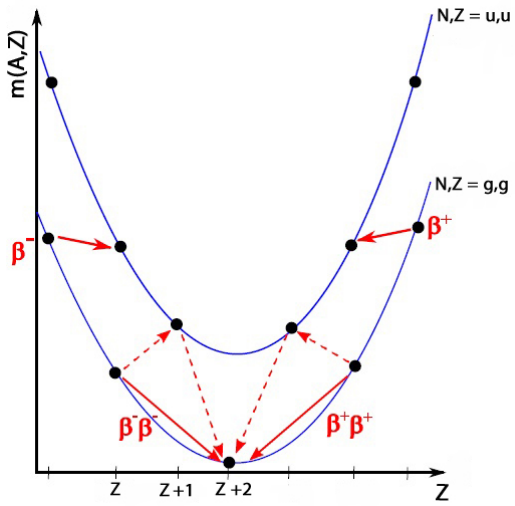


Abbildung 3.1: $m(A, Z)$ in Abhängigkeit von Z für gerades A. Damit ein Doppel – Betazerfall stattfinden kann, muss $m(Z, A) > m(Z + 2, A)$ und $m(Z, A) < m(Z + 1, A)$ gelten [Köt09].

Der Doppel – Betazerfall kann zusammengefasst als zwei aufeinanderfolgende Betazerfälle über einen virtuellen Zwischenzustand verstanden werden.
Es gibt zwei Möglichkeiten für einen Doppel – Beta Zerfall, den $2\nu\beta\beta$ – Zerfall (siehe Kapitel 3.2.1) und den $0\nu\beta\beta$ – Zerfall (siehe Kapitel 3.2.2). Experimentell lassen sich

[2] Hierbei steht „u“ für ungerade. Es wird angegeben, ob entwerder die Anzahl der Protonen, Neutronen oder beide ungerade sind.

die beiden Zerfallstypen anhand der Energieverteilung unterscheiden. Für den $2\nu\beta\beta$–Zerfall ergibt sich eine Verteilung der Summe der Elektronenenergien zwischen der Energie $E_{min} = 2m_e$ und der Energie E_{max}, die sich aus der Differenz der Bindungsenergien des Mutter– und des Tochterkerns ergibt:

$$E_{max} = m(Z, A) - m(Z + 2, A). \tag{3.5}$$

Dagegen hat die Energie für den $0\nu\beta\beta$–Zerfall einen scharfen Wert $E = Q$ mit $Q = E_{e1} + E_{e2} - 2m_e$ [Zub03], da es sich hierbei im Gegensatz zum $2\nu\beta\beta$–Zerfall um einen Zwei–Körper–Zerfall handelt. Die Spektren beider Prozesse sind in Abbildung 3.5 dargestellt.

3.2 Betrachtung der Zerfallsmoden

3.2.1 Der 2ν Doppel–Betazerfall

Der $2\nu\beta\beta$–Zerfall wurde zunächst von M. Goeppert–Mayer 1935 in der Form

$$(Z, A) \rightarrow (Z + 2, A) + 2e^- + 2\overline{\nu}_e \tag{3.6}$$

diskutiert [GM35]. Bei diesem Prozess zerfallen simultan zwei Neutronen. Dieser Prozess ist als Feynman–Diagramm in Abbildung 3.2 dargestellt.

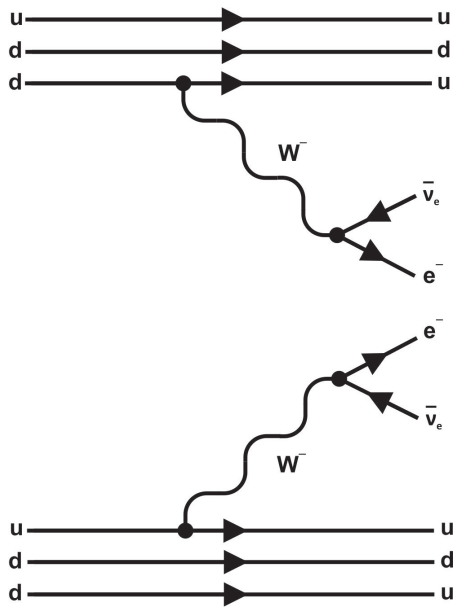


Abbildung 3.2: Feynman–Diagramm des $2\nu\beta\beta$–Zerfalls.

Der Basisprozess, der β^-–Zerfall, lautet

$$n \rightarrow p + e^- + \overline{\nu}_e \tag{3.7}$$

oder

$$d \rightarrow u + e^- + \overline{\nu}_e \tag{3.8}$$

im Quarklevel. Da hier zwei Neutronen gleichzeitig zerfallen, wird der Mechanismus 2n – Mechanismus[3] genannt. Dieser Zerfallskanal ist im Standardmodell erlaubt, da er verträglich ist mit:

$$\begin{aligned} \text{Dirac – Neutrino: } \nu \neq \overline{\nu} \\ \text{Leptonenzahlerhaltung: } \Delta L = 0 \\ \text{Neutrinomasse: } m_\nu = 0 \end{aligned} \tag{3.9}$$

Es besteht keine Abhängigkeit von der Natur der Neutrinos, im Gegensatz zum $0\nu\beta\beta$ – Zerfall.

3.2.2 Der 0ν Doppel – Betazerfall

Ein anderer Zerfallskanal, der $0\nu\beta\beta$ – Zerfall, wurde von W. H. Furry 1939 vorgeschlagen [Fur39]:

$$(Z, A) \rightarrow (Z + 2, A) + 2e^-. \tag{3.10}$$

In Abbildung 3.3 ist dieser Prozess als Feynman – Diagramm

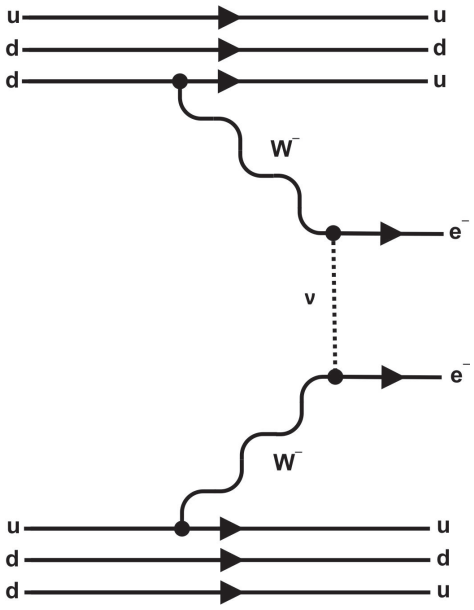


Abbildung 3.3: Feynman – Diagramm des $0\nu\beta\beta$ – Zerfalls.

und in 3.11 als Gleichung („Racah – Sequenz“) dargestellt.

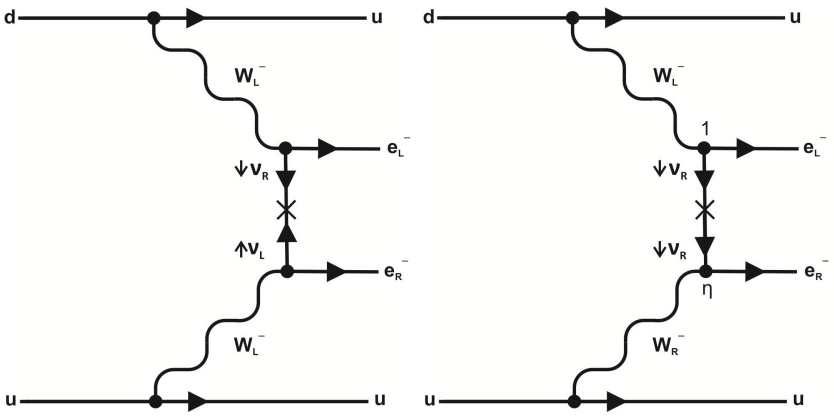
$$\begin{aligned} (Z, A) \rightarrow & (Z + 1, A) + e^- + \overline{\nu}_e \\ & (Z + 1, A) + \nu_e \rightarrow (Z + 2, A) + e^- \end{aligned} \tag{3.11}$$

Zunächst zerfällt ein Neutron und emittiert ein rechtshändiges $\overline{\nu}_e$. Dieses Antineutrino muss am zweiten Vertex als linkshändiges ν_e absorbiert werden.

[3] Es existieren noch weitere Zerfallsmechanismen, wie zum Beispiel für den $0\nu\beta\beta$ – Zerfall der Δ – Mechanismus und der π – Austauschmechanismus, bei denen dasselbe Nukleon zwei sukzessive Beta – Zerfälle erfährt. Der 2n – Mechanismus ist allerdings dominierend.

Dazu müssen zwei Bedingungen erfüllt sein:

- Das Neutrino muss ein Majorana – Neutrino sein (siehe Kapitel 2.3).
- Die Helizität muss sich zwischen den Vertices umkehren. Ohne diese Bedingung wäre der $0\nu\beta\beta$ – Zerfall auch im Majorana – Fall nicht möglich. Die erste Möglichkeit, die Helizität anzupassen, besteht darin, dass Neutrinos eine von Null verschiedene Masse $m_\nu \neq 0$ besitzen. Dieser Mechanismus ist in Abbildung 3.4(a) dargestellt.



(a) m_{ν_e} – Mechanismus (b) RHC – Mechanismus

Abbildung 3.4: m_{ν_e}– und RHC – Mechanismus für den $0\nu\beta\beta$ – Zerfall.

Die zweite Möglichkeit besteht in der Existenz einer zusätzlichen kleinen rechtshändigen Komponente zum linkshändigen geladenen Leptonstrom der (V−A) – Theorie. Der RHC[4] – Mechanismus ist in Abbildung 3.4(b) dargestellt. Dadurch würde sich nicht die Helizität ändern, sondern die Wechselwirkung.

Zusätzlich wird die Leptonenzahl (die Leptonenfamilienzahl und die gesamte Leptonenzahl) um zwei Einheiten verletzt. Damit ist weder die Leptonenfamilienzahl, noch die gesamte Leptonenzahl eine Erhaltungsgröße. Anders als der $2\nu\beta\beta$ – Zerfall bedeutet deshalb diese Zerfallsmode „Physik jenseits des Standardmodells“.

3.2.3 Alternative Prozesse

In den vorherigen Kapiteln wurde lediglich der $\beta^-\beta^-$ – Zerfall beschrieben. Alternativ existiert noch der $\beta^+\beta^+$ – Zerfall (siehe Gleichung 3.12), der einhergeht mit dem EC/EC[5]– (siehe Gleichung 3.14) und dem β^+/EC – Zerfall (siehe Gleichung 3.13):

$$(Z, A) \rightarrow (Z-2, A) + 2e^+(+2\nu_e) \tag{3.12}$$

$$e_B^- + (Z, A) \rightarrow (Z-2, A) + e^+(+2\nu_e) \tag{3.13}$$

$$2e_B^- + (Z, A) \rightarrow (Z-2, A)(+2\nu_e) \tag{3.14}$$

[4]RHC: right handed current, engl.: rechtshändiger Strom
[5]EC: electron capture, engl.: Elektroneneinfang

Auch für diese drei Prozesse gibt es die Möglichkeit eines 0ν– und eines 2ν–Zerfallskanals, was in Gleichung 3.12 durch $(+2\nu_e)$ gekennzeichnet ist.
Insgesamt sind 36 Isotope bekannt, die dem $\beta^-\beta^-$–Zerfall und 6, die dem $\beta^+\beta^+$–Zerfall unterliegen.

3.3 Zerfallsraten

Die Zerfallsraten können analog zum einfachen β–Zerfall beginnend mit Fermis Goldener Regel[6] berechnet werden. Jedoch muss beachtet werden, dass es sich bei dem $\beta\beta$–Zerfall um einen Prozess zweiter Ordnung der Störungstheorie handelt. Darüberhinaus gibt es unterschiedliche Annahmen für die Berechnung der Zerfallsrate λ, indem zum Beispiel lediglich Grundzustand–Übergänge ($0^+ \rightarrow 0^+$) betrachtet werden. Die Zerfallsrate $\lambda_{2\nu}$ bzw. Halbwertszeit $T^{2\nu}_{\frac{1}{2}}$ für den $2\nu\beta\beta$–Zerfall ist nach [Zub03] gegeben durch

$$\frac{\lambda_{2\nu}}{\ln 2} = \left(T^{2\nu}_{\frac{1}{2}}\right)^{-1} = G^{2\nu}\left(Q, Z\right)\left|M^{2\nu}_{GT} + \frac{g_V^2}{g_A^2} M^{2\nu}_F\right|^2 \tag{3.15}$$

mit dem Phasenraumfaktor $G^{2\nu}$ und den Kernmatrixelementen $M^{2\nu}_{GT}$ für Gamow–Teller–Übergänge[7] und $M^{2\nu}_F$ für Fermi–Übergänge[8]. Allerdings sind Fermi–Übergänge aufgrund der Isospin–Auswahlregeln stark unterdrückt. Die Kopplungskonstanten g_V für den Vektorstrom und g_A für den Axialvektorstrom der schwachen Wechselwirkung müssen experimentell bestimmt werden. Näherungsweise lässt sich $\lambda_{2\nu}$ berechnen zu

$$\lambda_{2\nu} \approx Q^7\left(1 + \frac{Q}{2} + \frac{Q^2}{9} + \frac{Q^3}{90} + \frac{Q^4}{1980}\right) \propto Q^{11}, \tag{3.16}$$

wobei $Q = E_{e1} + E_{e2} + E_{\nu 1} + E_{\nu 2} - 2m_e$ [Zub03] die Übergangsenergie ist.
Bei Betrachtung des $0\nu\beta\beta$–Zerfalls muss berücksichtigt werden, dass die Neutrinos Majorana–Teilchen sein müssen. Zusätzlich ist es notwendig die Helizitätsanpassung zu ermöglichen, indem entweder eine nicht verschwindende Masse oder rechtshändige Ströme angenommen werden. Beide Möglichkeiten haben Einfluss auf die Kernmatrixelemente. Für den Fall massiver Neutrinos ergibt die Zerfallsrate $\lambda_{0\nu}$ bzw. Halbwertszeit $T^{0\nu}_{\frac{1}{2}}$ sich nach [Zub03] zu

$$\frac{\lambda_{0\nu}}{\ln 2} = \left(T^{0\nu}_{\frac{1}{2}}\right)^{-1} = G^{0\nu}\left(Q, Z\right)\left|M^{0\nu}_{GT} - M^{0\nu}_F\right|^2\left(\frac{\langle m_{\nu_e}\rangle}{m_e}\right)^2 \tag{3.17}$$

und näherungsweise

$$\lambda_{0\nu} \propto \left(\frac{Q^5}{30} - \frac{2Q^2}{3} + Q - \frac{2}{5}\right) \propto Q^5 \tag{3.18}$$

[6] Fermis Goldene Regel beschreibt mit zeitabhängiger Störungstheorie die Übergangsrate zwischen zwei Zuständen eines Quantensystems.
[7] Für einen Gamow–Teller–Übergang gilt die Auswahlregel $\Delta I = 0, 1$ für den Kernspin I.
[8] Für einen Fermi–Übergang gilt die Auswahlregel $\Delta I = 0$ für den Kernspin I.

mit $Q = E_{e1}+E_{e2}-2m_e$ [Zub03]. Die Halbwertszeit $T^{0\nu}_{\frac{1}{2}}$ skaliert mit dem Faktor[9] Q^{-5}. Eine hohe Übergangsenergie führt damit zu einer niedrigen Halbwertszeit. Zusätzlich ist die Halbwertszeit nach 3.17 abhängig von der effektiven Majoranamasse $\langle m_{\nu_e}\rangle$, die gegeben ist durch

$$\langle m_{\nu_e}\rangle = \left|\sum_i U_{ei}^2 m_i\right| = \left|\sum_i |U_{ei}|^2 \eta_i m_i\right|. \tag{3.19}$$

U_{ei} sind die Elemente der Mischungsmatrix (siehe Kapitel 2.3.1) und m_i stellen die zugehörigen Massen – Eigenwerte dar. Der Faktor η_i beinhaltet die CP – Phasen (sowohl Dirac–, als auch Majorana – Phasen).
Werden rechtshändige Ströme berücksichtigt, muss 3.17 verallgemeinert werden:

$$\begin{aligned}\left(T^{0\nu}_{\frac{1}{2}}\right)^{-1} &= C_{mm}\left(\frac{\langle m_{\nu_e}\rangle}{m_e}\right)^2 + C_{\eta\eta}\langle\eta\rangle^2 + C_{\lambda\lambda}\langle\lambda\rangle^2 \\ &+ C_{m\eta}\left(\frac{\langle m_{\nu_e}\rangle}{m_e}\right)\langle\eta\rangle + C_{m\lambda}\left(\frac{\langle m_{\nu_e}\rangle}{m_e}\right)\langle\lambda\rangle + C_{\eta\lambda}\langle\eta\rangle\langle\lambda\rangle .\end{aligned} \tag{3.20}$$

Die Koeffizienten C beinhalten die Phasenraumfaktoren und die Matrixelemente. Die Faktoren η und λ sind Kopplungsparameter und geben die Beiträge der rechtshändigen Ströme an.
Während die Berechnung der Phasenraumfaktoren eindeutig ist, ist die Berechnung der Kernmatrixelemente schwierig und mit Unsicherheiten behaftet. Sie hängt vom Kernmodell und dem angewandten Rechenverfahren ab (siehe Kapitel 3.5).

3.4 Majoron – Erzeugung

Wie in Kapitel 3.2.2 beschrieben, verletzen Majorana – Massenterme die Leptonenzahl um zwei Einheiten und damit ist auch die $(B-L)$[10] – Symmetrie verletzt. Eine Möglichkeit, um diese Asymmetrie zu erklären, ist eine spontane, globale Brechung der $(B-L)$ – Symmetrie. Verursacht wird diese Brechung durch die Existenz eines neuen Bosons namens Majoron χ. Abhängig von den Transformationseigenschaften des Isospins in der schwachen Wechselwirkung existieren verschiedene Modelle[11].
In Kombination des $\beta\beta$ – Zerfall und der Entstehung eines Majorons erschließt sich eine weitere Zerfallsklasse:

$$(Z, A) \rightarrow (Z+2, A) + 2e^- + \chi. \tag{3.21}$$

Das daraus folgende Energiespektrum beider Elektronen ist vergleichbar mit dem des $2\nu\beta\beta$ – Zerfalls:

$$\frac{dN}{dK} \approx (Q-K)^n \left(1 + 2K + \frac{4K^2}{3} + \frac{K^3}{3} + \frac{K^4}{30}\right) \tag{3.22}$$

[9] Vergleich: $T^{2\nu}_{\frac{1}{2}} \propto Q^{-11}$
[10] „B“ steht für Baryonenzahl.
[11] Singulett [C+80], Dublett [SV88] und Triplett [GR81] Modelle

mit $K = E_{e1} + E_{e2}$, der Summe der Energien beider Elektronen. Experimentell lassen sich jedoch beide Zerfälle anhand des Spektralindex n unterscheiden. Für den $2\nu\beta\beta$ – Zerfalls ist $n = 5$. Je nach Modell des Majorons ist zum Beispiel $n = 1$ für ein Triplett Majoron oder $n = 3$ für ein Majoron, dass eine Leptonenzahl besitzt. In Abbildung 3.5 sind verschiedene Energiespektren aus Doppel – Beta – Zerfällen dargestellt. Die gestrichelten Linien zeigen verschiedene Moden, die die Erzeugung eines Majorons beinhalten. Der $2\nu\beta\beta$ – Zerfall entspricht der durchgezogenen Linie und beim $0\nu\beta\beta$ – Zerfall entsteht ein monoenergetischer Peak[12].

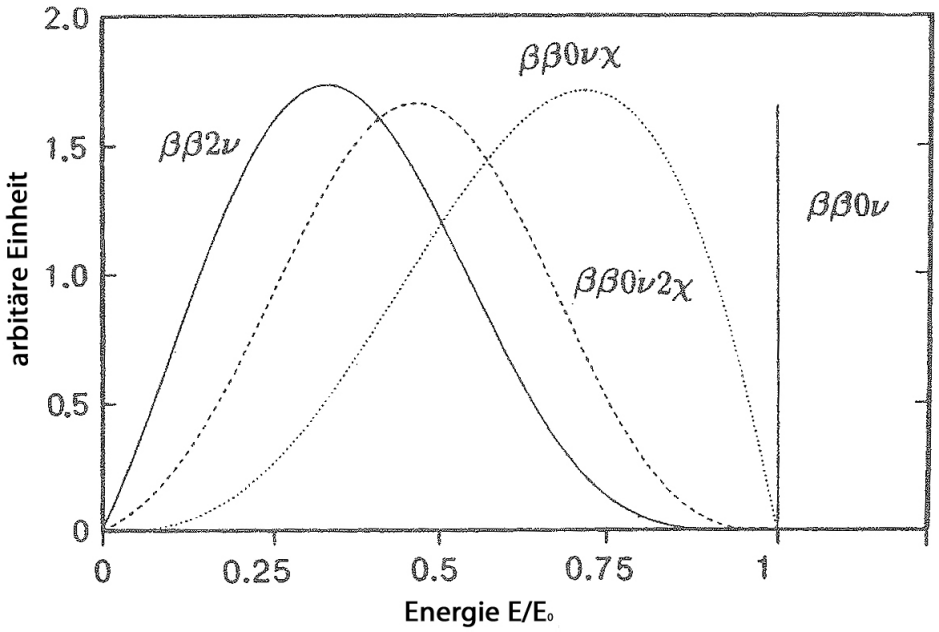


Abbildung 3.5: Gezeigt werden verschiedene Energiespektren der Elektronen aus dem Doppel – Beta – Zerfall: durchgezogene Linie: $2\nu\beta\beta$ – Zerfall, Peak: $0\nu\beta\beta$ – Zerfall, gestrichelte Linien: verschiedene Moden, die die Erzeugung eines Majorons beinhalten [Zub03].

3.5 Kernstruktureffekte

Wie bereits in 3.2.2 erwähnt, besteht die größte Unsicherheit für die Bestimmung der effektiven Majoranamasse 3.19 aus experimentellen Daten in der Berechnung der Kernmatrixelemente $M_{GT}^{0\nu}$ und $M_F^{0\nu}$. Bei dem Austausch von leichten Majorana – Neutrinos existieren keine Auswahlregeln für Multipole, wodurch alle mit vergleichbaren Beträgen zu den Kernmatrixelementen beitragen.
Darüberhinaus sind Nukleonkorrelationen und das Kernmodell für die Berechnung wichtig. Für das Kernmodell werden drei Ansätze verfolgt. Zum einen handelt es sich dabei um das Kernschalenmodell[13] (SM) [C+08], zum anderen wird die Quasiparticle

[12] engl.: Scheitelpunkt
[13] Beim Kernschalenmodell wird der Aufbau der Atomkerne auf quantenmechanische Gesetzmäßigkeiten, das Pauli-Prinzip, zurückgeführt.

Random Phase Approximation[14] (QRPA) [S+08] und zuletzt die Interacting Boson Approximation[15] [BI09] eingesetzt. In Abbildung 3.6 sind berechnete Kernmatrixelemente für die drei genannten Modelle gezeigt. Man erkennt deutlich die Unterschiede zwischen den einzelnen Berechnungen für die verschiedenen Modelle und auch die Unsicherheiten der QRPA Berechnung.

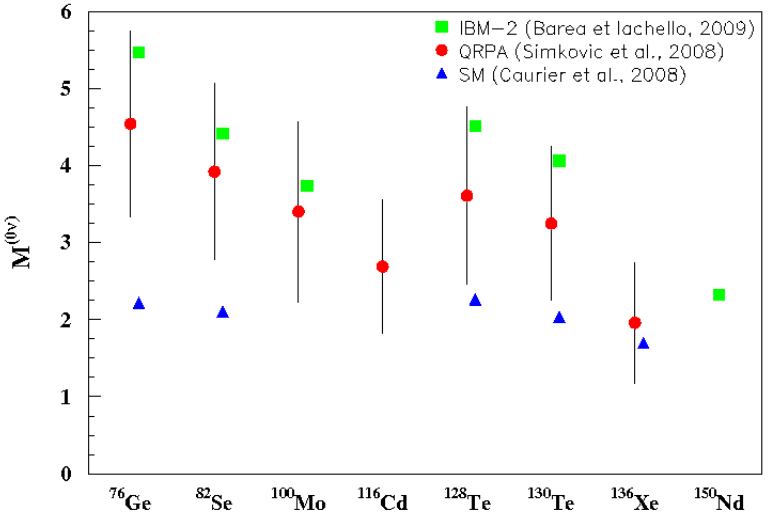


Abbildung 3.6: Kernmatrixelemente für verschiedene Kerne und Modelle [Sch10]; Folgende Modelle sind dargestellt: das Interacting Boson Model (IBM) [BI09], die Quasiparticle Random Phase Approximation (QRPA) [S+08] und das Kernschalenmodell (SM) [C+08]. Deutlich zu erkennen sind die Unterschiede zwischen den einzelnen Berechnungen für die verschiedenen Modelle und auch die Unsicherheiten der QRPA Berechnung. Diese implizieren Unsicherheiten für die Berechnung der effektiven Majoranamasse.

3.6 Experimente

Die Halbwertszeiten $T_{\frac{1}{2}}$ für den Doppel−Beta−Zerfall sind auch im Vergleich zur Lebensdauer des Universums[16] sehr groß. Für den $2\nu\beta\beta$−Zerfall liegt die Halbwertszeit allgemein im Bereich von 10^{19} bis 10^{24} Jahren. Für den $0\nu\beta\beta$−Zerfall sind die Zerfallsraten nochmals um drei Größenordnungen niedriger und es wird eine Halbwertszeit von mehr als 10^{26} Jahren erwartet.
Um bestehende und zukünftige $0\nu\beta\beta$−Experimente besser vergleichen zu können, wird die Sensitivität auf die zu messende Halbwertszeit eingeführt [Cre03]. Diese ist

[14] Die Random Phase Approximation (QRP) ist ein Näherungsverfahren zur Behandlung quantenmechanischer Vielteilchensysteme. QRPA ist hier ein Spezialfall.
[15] Bei der Interacting Boson Approximation werden alle Nukleonen zu Bosonen gekoppelt. Oft wird diese Approximation auch Interacting Boson Model, kurz IBM, genannt.
[16] Alter des Universum: ca. 10^{10} yr

abhängig von einigen experimentellen Größen:

$$T_{\frac{1}{2}}^{0\nu} \propto a\,\epsilon\sqrt{\frac{M\,\cdot\,t}{B\,\cdot\,\Delta E}}. \tag{3.23}$$

Hierbei ist a die Anreicherung des Quellmaterials, ϵ ist die Nachweiswahrscheinlichkeit des Detektors, M ist die Quellmasse, t ist die Messzeit, ΔE ist die Energieauflösung und B sind die Untergrundereignisse, die meistens in $\frac{\text{Ereignisse}}{\text{yr}\cdot\text{keV}\cdot\text{kg}}$ angegeben werden. Für den Erfolg des Experiments ist es daher entscheidend, ausreichend viel Quellmaterial und eine hohe Energieauflösung zur Verfügung zu haben, sowie den Untergrund genügend zu reduzieren (siehe Kapitel 4).
Es gibt zwei Arten von Doppel – Beta – Experimenten:

- Geochemisch / radiochemische Experimente:
  In einem geochemischen Experiment werden die Tochterkerne aus $\beta\beta$ – Zerfällen durch chemische Extraktion mit anschließender Massenspektrometrie zur Messung der Isotopenzusammensetzung nachgewiesen. Radiochemische Experimente weisen die Tochterkerne mittels ihrer Radioaktivität nach. Beide Methoden haben den Nachteil, dass das Energiespektrum nicht gemessen wird und daher nicht zwischen dem $2\nu\beta\beta$ – Zerfall und dem $0\nu\beta\beta$ – Zerfall unterschieden werden kann. Dadurch haben diese Experimente weniger Bedeutung.

- Direkte Zählexperimente:
  Bei direkten Zählexperimenten wird die Energie der beiden Elektronen gemessen, wodurch eine Unterscheidung zwischen dem $2\nu\beta\beta$ – Zerfall und dem $0\nu\beta\beta$ – Zerfall möglich ist. Für die Suche nach dem $0\nu\beta\beta$ – Zerfall kommt daher nur die direkte Methode in Frage.

Das erste Experiment zur Untersuchung des $2\nu\beta\beta$ – Zerfalls wurde mit Hilfe von Geiger – Müller – Zählrohren im Jahre 1948 durchgeführt und erreichte eine Halbwertszeit für ^{124}SN von $T_{\frac{1}{2}} = 3 \cdot 10^{15}$ Jahre [Fir48]. Zwischen 1948 und 1965 wurden ungefähr 20 weitere Experimente durchgeführt. Im Jahre 1950 konnte der $2\nu\beta\beta$ – Zerfall in einem geochemischen [IR50] und in 1980er auch in direkten Zählexperimenten nachgewiesen werden [EHM87]. Während der 1990er wurde der $2\nu\beta\beta$ – Zerfall sowohl für verschiedene Kerne, als auch für den Übergang in einen angeregten Zustand des Tochterkerns nachgewiesen [Bar02, Bar04]. Gleichzeitig konnte die Sensitivität für den $0\nu\beta\beta$ – Zerfall weiter erhöht werden.

3.6.1 Das Heidelberg – Moscow – Experiment

Das Heidelberg – Moscow – Experiment gehört zu den direkten Zählexperimenten und wurde im Jahre 1986 vorgeschlagen [KK87]. Als Quellmaterial wurden 11 kg angereichertes Germanium in Form von fünf hochreinen Germaniumdetektoren verwendet. Die Anreicherung erreichte einen Wert von über 86 % von ^{76}Ge im Vergleich zu 7,8 % im natürlichem Germanium. Vom Aufbau des ersten Detektors im Jahre 1990 am LNGS[17] über die Fertigstellung des Experiments im November 1995 bis zur Still-

[17] LNGS: Laboratori Nazionali del Gran Sasso, Italien

legung im Jahre 2003 wurden insgesamt $71,7\,\text{kg}\cdot\text{yr}$[18] an Daten aufgenommen. Im Bereich der Übergangsenergie Q[19] wurde eine Untergrundrate B von [KK+06]

$$B = 0,11\,\frac{\text{Ereignisse}}{\text{yr}\cdot\text{keV}\cdot\text{kg}} \tag{3.24}$$

erreicht. In Abbildung 3.7 ist das gesamte, gemessene Energiespektrum nach $71,7\,\text{kg}\cdot\text{yr}$ dargestellt. Vier der sechs Peaks wurden ^{214}Bi zugeordnet. Diese entsprechen einem $Q-$Wert von $2010,7\,\text{keV}$, $2016,7\,\text{keV}$, $2021,8\,\text{keV}$ und $2052,9\,\text{keV}$ [KK+04]. Der Peak im Bereich von $2030\,\text{keV}$ konnte nicht zugeordnet werden. Der sechste Peak im Bereich von $2040\,\text{keV}$ stellten die Ereignisse dar, die dem $0\nu\beta\beta-$Zerfall zugeordnet werden.

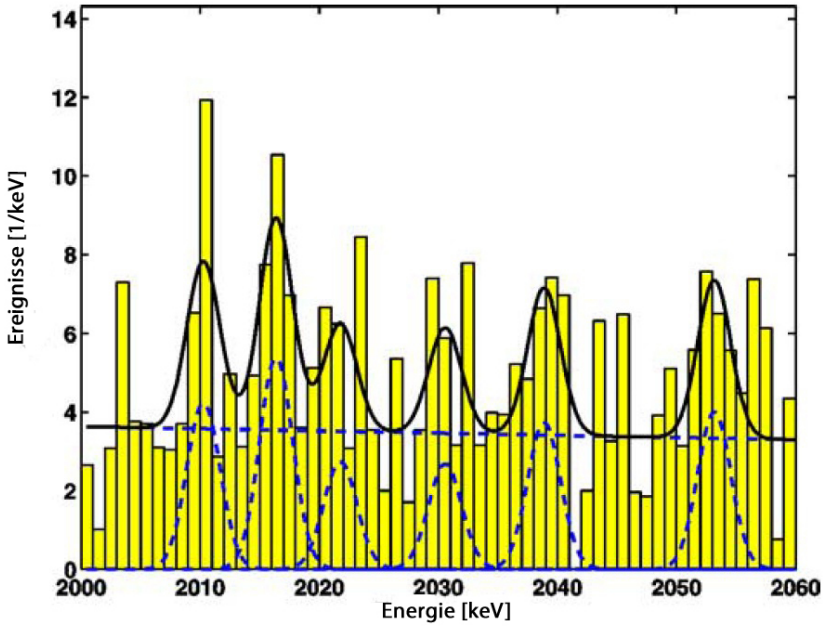


Abbildung 3.7: Gezeigt wird das gemessenes Energiespektrum des Heidelberg – Moscow – Experiments $(71,7\,\text{kg}\cdot\text{yr})$[KK+04]. Zuordnung der Peaks: $2010,7\,\text{keV}$, $2016,7\,\text{keV}$, $2021,8\,\text{keV}$, $2052,9\,\text{keV}$ werden ^{214}Bi und $2040\,\text{keV}$ werden $0\nu\beta\beta-$Zerfall – Ereignisse zugeordnet. Der Peak bei $2030\,\text{keV}$ konnte nicht zugeordnet werden.

Nach [KK+06] wurde aus den gemessenen Daten die Halbwertszeit für den $0\nu\beta\beta-$Zerfall mit

$$T^{0\nu}_{\frac{1}{2}} = 2,23^{+0,44}_{-0,31}\cdot 10^{25}\,\text{yr} \tag{3.25}$$

bestimmt. Unter der Annahme, dass jeweils nur ein Term zum $0\nu\beta\beta-$Zerfall beiträgt, können mit Hilfe von Gleichung 3.20 Obergrenzen für die effektive Majoranamasse $\langle m_{\nu_e}\rangle$, sowie für die Beiträge der Kopplungskomponenten η und λ berechnet

[18] Für den Vergleich von Experimenten ist nicht nur die Messzeit wichtig, sondern auch mit wieviel Material gemessen wurde. Daher wird die Einheit kg·yr verwendet, bei der Masse und Messzeit miteinander multipliziert werden.

[19] für ^{76}Ge: $Q = 2039\,\text{keV}$

werden [KK+06]:

$$\langle m_{\nu_e} \rangle = 0,32^{+0,03}_{-0,03}\,\mathrm{eV} \tag{3.26}$$

$$\langle \eta \rangle = 3,05^{+0,26}_{-0,25} \cdot 10^{-9} \tag{3.27}$$

$$\langle \lambda \rangle = 6,92^{+0,58}_{-0,56} \cdot 10^{-7} \tag{3.28}$$

3.6.2 Cuoricino / CUORE

Das Cuoricino / CUORE – Experiment gehört ebenfalls zu den direkten Zählexperimenten. Jedoch werden hier keine Germanium – Halbleiterdetektoren wie beim Heidelberg – Moscow – Experiment verwendet, sondern Bolometer[20].
Cuoricino wurde im Zeitraum von Februar 2003 bis Juni 2008, ebenfalls am LNGS, betrieben. Mit einer Anordnung von 62 TeO_2 – Kristallen und einer entsprechenden Masse von 40,7 kg, war es der größte kryogenische Detektor der Welt. Insgesamt wurden 13 sogenannte Module übereinander gestapelt. Elf Module umfassten jeweils vier Kristalle mit einer Größe von $5 \times 5 \times 5\,\mathrm{cm}^3$. Die letzten zwei Module enthielten neun Kristalle mit einer Größe von $3 \times 3 \times 6\,\mathrm{cm}^3$. Die natürliche Isotopenhäufigkeit von ^{130}Te ist bereits hoch und liegt bei 33,8 %. Des Weiteren wurden zwei Kristalle angreichert mit ^{128}Te auf 82,3 %[21] und zwei weitere mit ^{130}Te auf 75 %. Nach 18 kg·yr und einer Energieauflösung von 8 keV im Bereich von 2527 keV[22] wurde ein Untergrund von ungefähr $0,18\,\frac{\text{Ereignisse}}{\text{yr·keV·kg}}$ erreicht. Daraus ergibt sich nach [StCc10] eine untere Grenze für die Halbwertszeit für ^{130}Te und dementsprechend eine obere Grenze für die effektive Majoranamasse $\langle m_{\nu_e} \rangle$ von:

$$T^{0\nu}_{\frac{1}{2}} > 2,94 \cdot 10^{24}\,\mathrm{yr} \tag{3.29}$$

$$\langle m_{\nu_e} \rangle < (0,21 - 0,70)\,\mathrm{eV}. \tag{3.30}$$

CUORE ist momentan im Aufbau und soll Cuoricino ab 2012 ersetzen. Hier werden insgesamt 988 TeO_2 Kristalle in 19 Türmen, die jeweils 13 Module enthalten, als Zylinder angeordnet. Jedes Modul umfasst vier Kristalle mit einer Größe von $5 \times 5 \times 5\,\mathrm{cm}^3$. Die Gesamtmasse wird 741 kg sein.
Nach fünf Jahren Messzeit, einem theoretischen Untergrund von $0,01\,\frac{\text{Ereignisse}}{\text{yr·keV·kg}}$ und einer Energieauflösung von ca. 5 keV wird man nach [StCc10] sensitiv auf eine Halbwertszeit und eine effektive Majoranamasse von:

$$T^{0\nu}_{\frac{1}{2}} = 2,1 \cdot 10^{26}\,\mathrm{yr} \tag{3.31}$$

$$\langle m_{\nu_e} \rangle \geq (24 - 83)\,\mathrm{meV}. \tag{3.32}$$

[20] Bolometer sind kryogenische Detektoren, die bei sehr niedrigen Temperaturen (10 – 100) mK betrieben.
[21] natürliche Häufigkeit: 31,687 %
[22] Übergangsenergie für ^{130}Te

Kann der Untergrund um eine weitere Größenordnung auf $0,001\,\frac{\text{Ereignisse}}{\text{yr}\cdot\text{keV}\cdot\text{kg}}$ verringert werden, ist man nach [StCc10] sensitiv auf folgende Werte:

$$T_{\frac{1}{2}}^{0\nu} = 6,5 \cdot 10^{26}\,\text{yr} \tag{3.33}$$

$$\langle m_{\nu_e} \rangle \geq (14 - 47)\,\text{meV}. \tag{3.34}$$

Kapitel 4

Untergrundereignisse

Kapitel 4 widmet sich den Untergrundereignissen. Dazu werden zunächst allgemein die verschiedenen Beiträge zum Untergrund und die Möglichkeiten der Reduktion dieser Beiträge beschrieben. Der Anteil der Neutronen zum Untergrund wird seperat behandelt. Zum Schluss werden Neutronenfluss – Messungen am LNGS vorgestellt.

4.1 Einführung

Ein entscheidender Faktor um die in Kapitel 3.6 eingeführte Sensitivität auf die zu messende Halbwertszeit zu erhöhen, ist die Reduktion des Untergrundes B. In Abbildung 4.1 ist die Abhängigkeit der Sensitivität von der Untergrundrate (siehe Gleichung 3.23), der Energieauflösung und der Messzeit gezeigt. Im Vergleich zwischen der blauen (Dreiecke) und der schwarzen Kurve (Quadrate) ist zu erkennen, dass die Sensitivität auf die zu messende Halbwertzeit zunimmt, wenn die Energieauflösung verbessert wird. Der Unterschied zwischen der blauen (Dreiecke) und der roten Kurve (Kreise) ist die Untergrundrate. Auch hier zeigt sich eine höhere Sensitivität für eine niedrigere Untergrundrate.

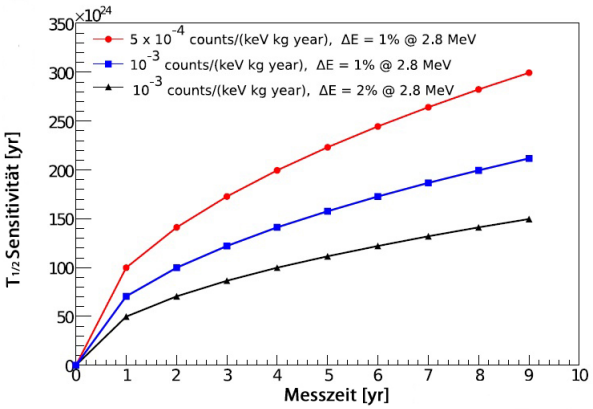


Abbildung 4.1: Dargestellt ist die Sensitivität auf die messbare Halbwertszeit in Abhängigkeit der Messdauer, der Untergrundrate und der Energieauflösung [Köt09].

Für Niedrigratenexperimente tragen hauptsächlich folgende Quellen zum Untergrund bei:

4.1.1 Radioaktivität in der Umgebung [Heu95]

Radionuklide in der Umwelt sind vorrangig primordial, kosmogenisch oder vom Menschen verursacht[1]. Zu den primordialen Radionukliden zählen Elemente, deren Halbwertzeiten im Bereich des Alters der Erde[2] liegen. Insgesamt existieren 21 Elemente, deren Halbwertzeiten diesen Wert erreichten. Die wichtigsten davon sind ^{40}K und Zerfallsprodukte der Uran – Radium–, sowie der Thorium – Reihe. Neben der Emission von α– und β – Teilchen werden zudem hochenergetische Photonen erzeugt.
Primordiale Radionuklide befinden sich in zahlreichen Materialien aus verschiedenen Gründen. So können zum Beispiel die Materialien bereits in der Erde kontaminiert oder während der Verarbeitung verunreinigt worden sein. Auch hier sind die wichtigsten Elemente ^{40}K und Zerfallsprodukte der Uran – Radium – Reihe und der Thorium – Reihe.
Radionuklide, die von der kosmischen Strahlung in der Atmosphäre erzeugt werden, werden kosmogenisch genannt. Dazu zählen unter anderem ^{3}H, ^{7}Be, ^{14}C, ^{22}C und ^{36}Cl. Diese Isotope müssen allerdings nur berücksichtigt werden, wenn das verwendete Material die Elemente beinhaltet, da die Aktivität gering ist.

4.1.2 Radon [Heu95]

Radon ist ein Edelgas und wird innerhalb der Zerfallsreihen von ^{238}U, ^{235}U und ^{232}Th gebildet. Es ist die stärkste Quelle für Radioaktivität in der Luft. Alle Isotope des Radon sind radioaktiv, wobei das stabilste Isotop ^{222}Rn, mit einer Halbwertzeit von 3,8 Tagen, ist. Es entsteht in der Uran – Radium – Reihe und zerfällt unter Emission eines α – Teilchens. Weitere Radonisotope mit einer kürzeren Halbwertzeit sind ^{219}Rn (3,96 s), aus der Uran – Actinium – Reihe, und ^{220}Rn (55,6 s), aus der Thorium – Reihe. Beide zerfallen ebenfalls durch die Aussendung eines α – Teilchens. Des Weiteren können einige der nachfolgenden Zerfallsprodukte von ^{219}Rn, ^{220}Rn und ^{222}Rn hochenergetische Photonen emittieren, wie zum Beispiel ^{214}Bi von ^{222}Rn mit einer Gammalinie von 2,447 MeV.
Radon tritt als Gas aus Gestein aus und lagert sich an Oberflächen ab.

Um die Untergrundereignisse aus Radioisotopen zu reduzieren, werden Materialien verwendet, die eine geringe Kontamination aufweisen. Des Weiteren kann durch eine geeignete Spülung, zum Beispiel mit Stickstoff, der Radon – Untergrund vermindert werden.
Für die Reduktion des Gammauntergrunds aus den einzelnen Zerfallsreihen ist es vorteilhaft, wenn das verwendete Isotop eine Übergangsenergie höher als 2614 keV

[1] zum Beispiel durch Atomwaffentests
[2] Alter der Erde: ca. 10^9 yr

besitzt. Photonen mit einer Energie von 2614 keV werden von ^{208}Tl aus der Thorium – Reihe emittiert. Ab diesem Wert nimmt der Untergrund der natürlichen Gammastrahlung signifikant ab, wie in Abbildung 4.2 zu erkennen ist.

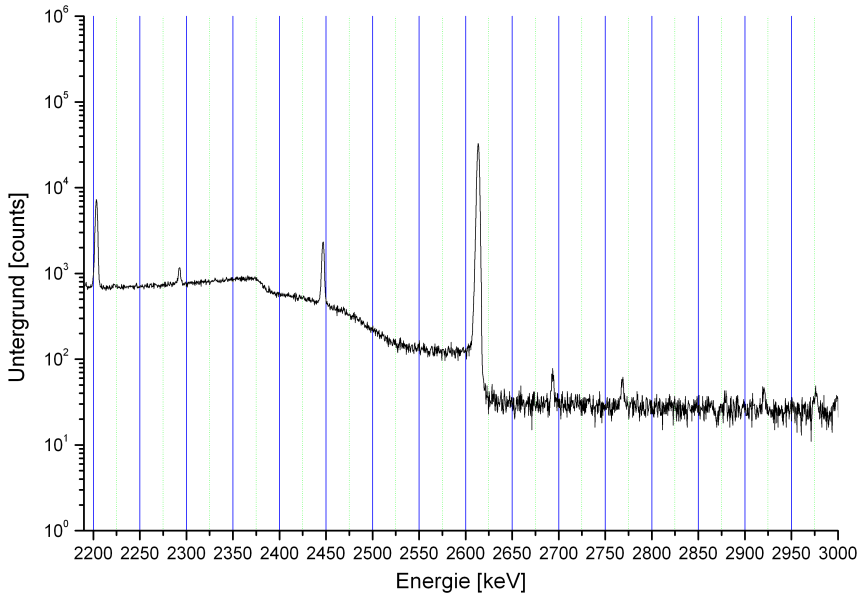


Abbildung 4.2: Spektrum des natürlichen Gammauntergrunds

4.1.3 Kosmische Strahlung [Heu95]

Die geladene Komponente der primären kosmischen Strahlung besteht hauptsächlich aus Atomkernen und Elektronen, wobei sich der Anteil der Atomkerne in Protonen (85%), α – Teilchen (12%) und Kerne mit einer Ladung $Z \geq 3$ (3%) aufspaltet [Gru05]. Die geladenen Teilchen können bereits in der Quelle[3] instabile Sekundärteilchen wie Pionen oder Kaonen erzeugen, die wiederum in Photonen, Neutrinos und Myonen zerfallen.
In der Erdatmosphäre wird die primäre kosmische Strahlung durch Wechselwirkungen mit Atomkernen stark modifiziert. Bereits in (25 – 20) km Höhe können die Teilchen abhängig von ihrer Energie und der Teilchensorte elektromagnetische und / oder hadronische Schauer erzeugen [Gru05]. In Abbildung 4.3 ist schematisch die Modifikation der primären kosmischen Strahlung dargestellt. Der hadronische Schauer wird hier durch ein Proton ausgelöst. Auf Meereshöhe besteht die kosmische Strahlung aus Myonen und Nukleonen [Gru05]. Diese Nukleonen sind zu zwei Drittel Protonen und zu einem Drittel Neutronen, die entweder noch von der primären kosmischen Strahlung stammen oder in hadronischen Schauern erzeugt wurden. Daneben können aller-

[3]Kandidaten für Quellen von kosmischer Strahlung sind unter anderem Schockfronten von Supernovaexplosionen, kosmische Jets von schwarzen Löchern oder Pulsaren. Für Teilchenenergien kleiner als 10^{18} eV wird ein Ursprung innerhalb der Milchstraße angenommen, während für größere Energien andere Galaxien oder Quasare wahrscheinlicher sind.

dings auch Elektronen, Positronen und Photonen aus elekromagnetischen Schauern, sowie Neutrinos aus Pion–, Kaon– und Myon – Zerfällen gefunden werden [Gru05].

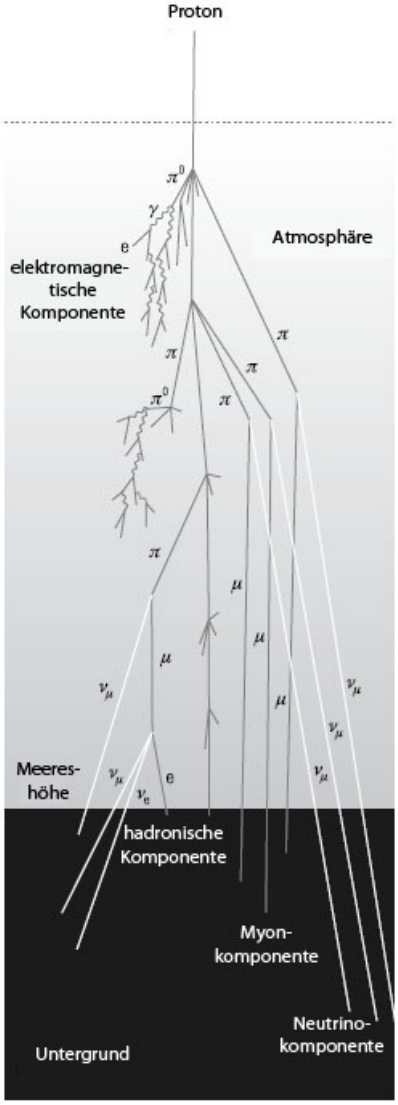


Abbildung 4.3: Schematische Darstellung eines Schauers, ausgelöst durch ein Proton [Gru05].

Niedrigratenexperimente, wie COBRA, werden grundsätzlich in Untergrundlaboren durchgeführt. Dadurch wird der Untergrund, der durch die kosmischen Strahlung verursacht wird, vor allem der Myonen und der hadronischen Komponente, reduziert. In Abbildung 4.4 ist die Abhängigkeit des Myonflusses von der Tiefe dargestellt. Typischerweise wird die Tiefe in Meter Wasseräquivalent (m.w.e.) angegeben. Das LNGS wird von 1400 m Gestein überdeckt, was 3600 m.w.e. entspricht. Der Myonfluss wird dadurch um einen Faktor 10^6 gegenüber der Erdoberfläche unterdrückt. Durch die Reduktion des Myonflusses wird gleichzeitig der Fluss der Myon – induzierten Neutronen verringert (siehe Kapitel 4.2.1).

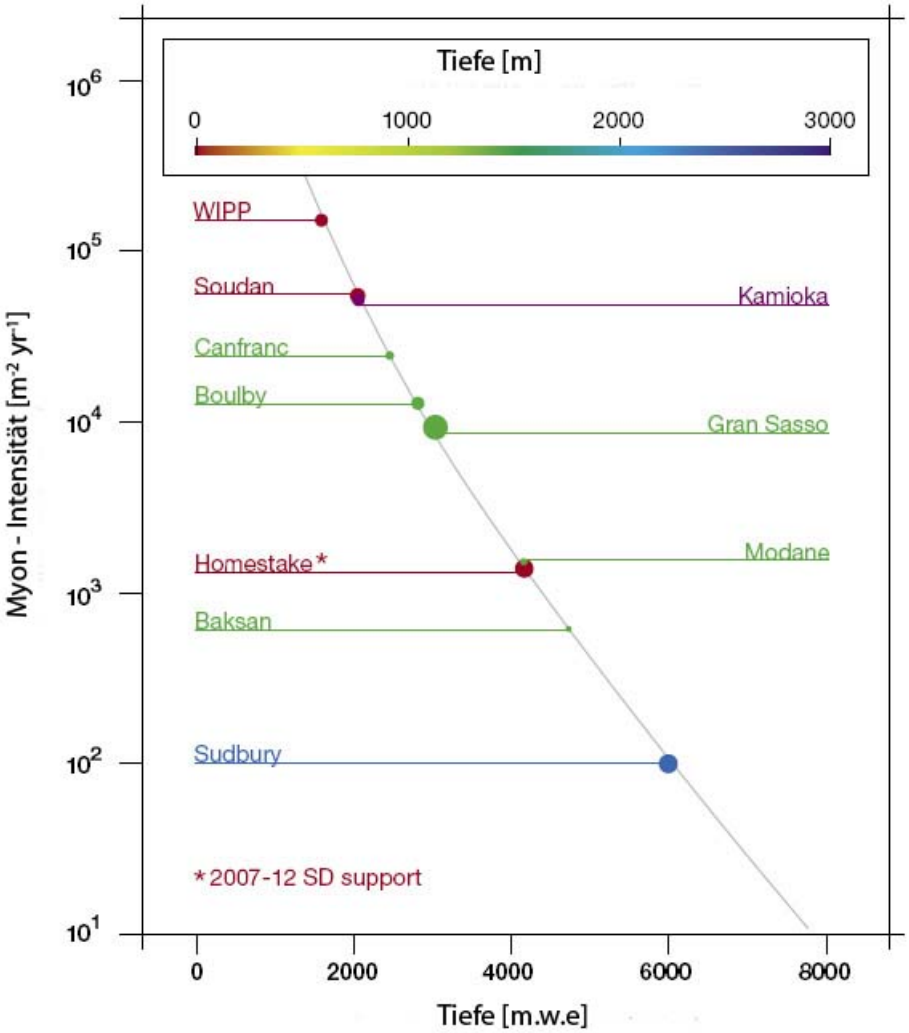


Abbildung 4.4: Gezeigt wird er totale Myonfluss in Abhängigkeit der Tiefe in Meter Wasseräquivalent (m.w.e.) für verschiedene Untergrundlabore angegeben. Das LNGS wird mit dem Namen Gran Sasso angegeben. Die Größe der Labore wird durch die Größe der Punkte gekennzeichnet. [Sci]

4.1.4 $2\nu\beta\beta-$Zerfall

Für $0\nu\beta\beta-$Zerfall$-$Experimente spielt grundsätzlich auch der $2\nu\beta\beta-$Zerfall eine wichtige Rolle, da dieser Anteil an den Untergrundereignissen nicht abgeschirmt bzw. reduziert werden kann. Hier ist es wichtig eine gute Energieauflösung zu besitzen.

In Abbildung 4.5 ist schematisch der Hauptgrund für eine entsprechend hohe Energieauflösung dargestellt. Da als Untergrundbeitrag grundsätzlich der $2\nu\beta\beta-$Zerfall existiert, ist es möglich, dass die Energieverteilung des $2\nu\beta\beta-$Zerfall in den Peak des $0\nu\beta\beta-$Zerfall hineinragt (siehe Ausschnitt in Abbildung 4.5). Um dies zu vermeiden, benötigt man eine entsprechend hohe Auflösung.

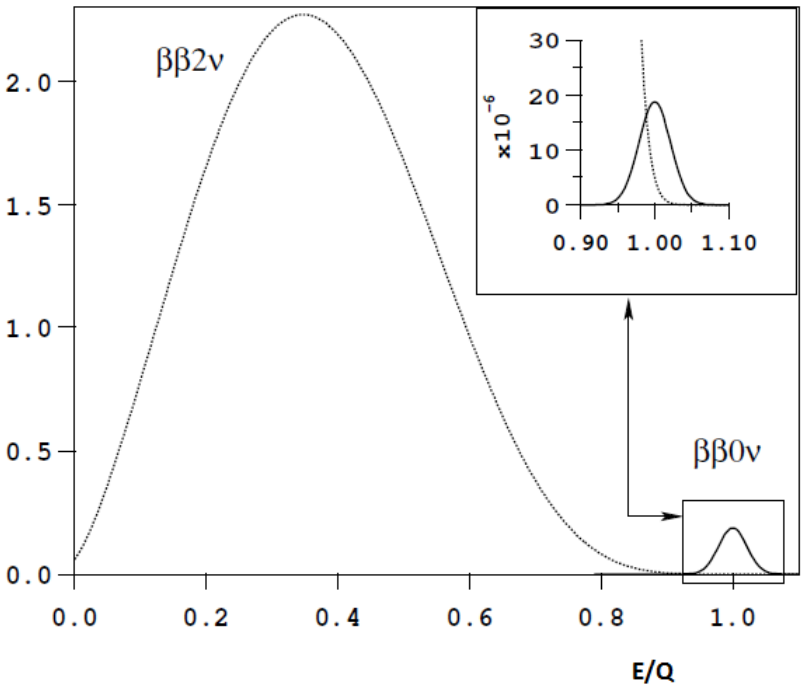


Abbildung 4.5: Gezeigt ist der Hauptgrund für eine entsprechend hohe Energieauflösung. Aufgetragen ist die Anzahl der Ereignisse in abitären Einheiten gegenüber dem Anteil der Energie an der Übergangsenergie [Cre03].

4.2 Neutronen – Untergrundereignisse

Ein weiterer wichtigen Anteil an Untergrundereignissen bilden Neutronen. Sie können auf verschiedene Weise entstehen. Bei den radioaktiven Elementen Thorium und Uran kann bei allen in der Natur vorkommenden Nukliden eine spontane Spaltung des betreffenden Atomkerns unter gleichzeitiger Emission von zwei oder drei Neutronen stattfinden [Wul03]. Zusätzlich können Uran, Thorium und ihre Tochterkerne auch durch die Emission eines α– und β – Teilchens zerfallen. Im Felsen oder in Abschirmmaterialien können die α – Teilchen vor allem mit leichten Elementen, wie Lithium, Fluor und Natrium wechselwirken und über (α,n) – Reaktionen Neutronen erzeugen [Wul03]. In beiden Fällen besitzen die entstandenen Neutronen vergleichsweise niedrige Energien. Des Weiteren können durch Myonwechselwirkungen hochenergetische Neutronen entstehen.

4.2.1 Myon – induzierte Neutronen

In großen Tiefen werden Neutronen hauptsächlich durch radioaktive Prozesse erzeugt. Trotzdem sind Myon – induzierte Neutronen wichtig für Experimente, die eine hohe Sensitivität erreichen sollen, da das Energiespektrum bis in den GeV – Bereich hineinragen kann. Zusätzlich können Neutronen über weite Strecken propagieren und über Rückstöße einen großen Teil ihrer Energie an Kerne übertragen.

Es existieren nach [FM04] vier Prozesse für die Erzeugung Myon – induzierter Neutronen:

- **Myon – Einfang eines Kerns, verbunden mit der Emission eines Neutrons**
  Negativ geladene Myonen mit ausreichend niedriger Energie können mit einem Kern einen gebundenen Zustand, ein sogenanntes myonisches Atom, bilden. Das Myon kann nun einerseits zerfallen ($\mu^- \rightarrow e^- + \overline{\nu}_e + \nu_\mu$) oder andererseits dem Kerneinfang

  $$\mu^- + A(Z,N) \rightarrow \nu_\mu + A(Z-1, N+1) \tag{4.1}$$

  unterliegen. Dieser Prozess spielt eine große Rolle für Experimente, die in Tiefen kleiner 300 m.w.e. aufgebaut sind, kann aber für Experimente in großen Tiefen vernachlässigt werden [Wul03].

- **Direkte Myon – induzierte Spaltung**
  Das Myon wechselwirkt tief – inelastisch mit einem Kern über ein virtuelles Photon und induziert dadurch den Zerfall des Kerns:

  $$\mu + \text{Kern} \rightarrow \mu + \text{Kern}^* + n \tag{4.2}$$

- **Erzeugung der Neutronen durch Hadronen aus einem Myon – induzierten hadronischen Schauer**
  In diesem Fall werden Neutronen durch Pion– oder Nukleon – Nukleus – Reaktionen erzeugt. Die entstandenen Neutronen können sich durch Kernreaktionen weiter vervielfachen. Zusätzlich können durch den Einfang eines energiearmen π^- durch einen Kern Neutronen entstehen.

- **Erzeugung der Neutronen durch Photonen aus einem Myon – induzierten elektromagnetischen Schauer**
  Den Hauptbeitrag bilden hier (γ,n) – Reaktionen. So werden in elektromagnetischen Schauern vorwiegend bei niedrigen Photonenergien Neutronen erzeugt. Bei höheren Photonenergien finden (p,n) – Reaktionen statt. Hier existieren zwei Möglichkeiten zur Erzeugung für Neutronen. Die erste Möglichkeit der Photon – induzierten Spaltung ist:

  $$\gamma + p \rightarrow n + \pi^+ \tag{4.3}$$

  oder

  $$\gamma + (Z,A) \rightarrow (Z-1, A-1) + n + \pi^+. \tag{4.4}$$

  Die zweite Möglichkeit erfolgt über zwei Reaktionen:

  $$\begin{aligned} \gamma + (Z,A) &\rightarrow (Z,A) + \pi^+\pi^- \\ \pi^- + (Z,A) &\rightarrow (Z-1, A-1) + n. \end{aligned} \tag{4.5}$$

Allgemein fällt die Intensität der Myon – induzierten Neutronen mit steigender Tiefe schwächer als die der Myonen [B+73]. Der Grund hierfür liegt in den Myon – induzierten Schauern, wodurch die Intensität der Myon – induzierten Neutronen von der gemittelten Energie der Myonen $\langle E_\mu \rangle$ in der entsprechenden Tiefe h abhängt [Ko95]:

$$N_n(h) \propto \langle E_\mu(h) \rangle^{0,75}. \tag{4.6}$$

In Abbildung 4.6 ist die gemittelte Anzahl der Myon – induzierten Neutronen in Abhängigkeit der Myonenergie aufgetragen. Die Sterne in Abbildung 4.6 zeigen Si-

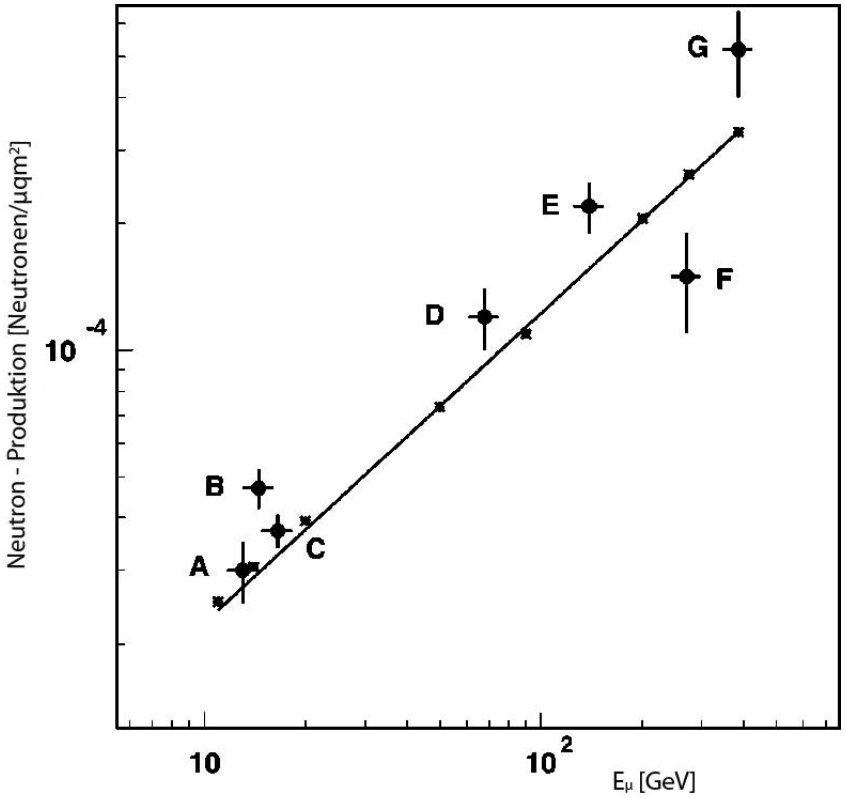


Abbildung 4.6: Rate der Neutronen in Abhängigkeit der Myonenergie [W+01]; Sterne: FLUKA – Simulation mit Fitfunktion [W+01]; A: 20 m.w.e. [B+00], B: 25 m.w.e. [B+73], C: 32 m.w.e. [H+95], D: 316 m.w.e. [B+73], E: 750 m.w.e. [Eo87], F: 3650 m.w.e. [A+99a], G: 5200 m.w.e. [A+89a]

mulationen von [W+01] mit Hilfe von FLUKA[4] mit der Fitfunktion[5]

$$N_n(h) = 4,14\,\langle E_\mu(h) \rangle^{0,74} \cdot 10^{-6}\,\frac{\text{Neutronen}}{\text{Myon} \cdot \text{g} \cdot \text{cm}^2}, \tag{4.7}$$

die mit Gleichung 4.6 konsistent ist. Des Weiteren stimmen die meisten Messungen mit der Gleichung 4.7 und damit ebenfalls mit der Gleichung 4.6 überein. Eine Ausnahme

[4]FLUKA ist ein Monte – Carlo Simulationspaket.
[5]engl.: Anpassungsfunktion

bildet das Ergebnis von [A+99a] für das LNGS[6], das niedriger liegt, als die Messung von [A+89a] im tiefer gelegenen Mont Blanc Laboratory[7] (siehe Kapitel 4.3).

4.2.2 Wechselwirkungen von Neutronen

Neutronen tragen keine Ladung und unterliegen daher nicht der Coloumbkraft, die für den Energieverlust von geladenen Teilchen (z.B. Elektronen, Protonen, etc.) in Materie hauptverantwortlich ist. Aus diesem Grund besteht die Möglichkeit, dass Neutronen ohne jegliche Wechselwirkung den Detektor passieren. Wenn eine Wechselwirkung allerdings stattfinden, sind die Kerne des Abschirm– oder Detektormaterials betroffen. Nach der Wechselwirkung können die Neutronen absorbiert worden sein, so dass Sekundärteilchen entstanden sind oder aber sie können ihre Richtung und Energie verändert haben. Bei den entstehenden Sekundärteilchen handelt es sich größtenteils um schwere geladene Teilchen, wie zum Beispiel den Kernen des Abschirmmaterials. Je nachdem welche Energie die Neutronen besitzen, wechselwirken sie unterschiedlich. Langsame Neutronen, die eine Energie bis ungefähr 0,5 eV [Kno00] besitzen, können elastisch an den Kernen des Abschirmmaterials streuen oder aber sie induzieren Kernreaktionen. Im Gegensatz zur elastischen Streuung, können bei Neutron – induzierten Kernreaktionen Sekundärteilchen mit genügend hoher Energie entstehen, um detektiert zu werden. Dazu zählen (n,γ)–, (n,α)–, (n,p)– oder (n,“Spaltung“) – Reaktionen[8].
Für schnelle Neutronen mit Energien größer als 0,5 eV werden Streuprozesse wichtiger, da der Energieübertrag zunimmt. Als Sekundärteilchen sind hier auch Kerne betroffen, die einen Rückstoß erfahren. Des Weiteren können durch inelastische Streuungen die Kerne angeregt werden, so dass Photonen entstehen.
Die Wechselwirkung der Neutronen hängt auch stark vom Wechselwirkungspartner, dem Material, ab und wird in Kapitel 6.4 fortgeführt.

4.3 Neutronenfluss – Messungen am LNGS

Aufgrund der niedrigen Intensität ist die Messung des Neutronenflusses am LNGS nicht einfach. Trotzdem wurde der Neutronenfluss von verschiedenen Gruppen mit unterschiedlichen Methoden am LNGS gemessen [R+88, C+95, A+89b, B+89, A+99b]. Allerdings erhält man nur bei zwei Messungen Informationen über den Verlauf des Energiespektrums. In Tabelle 4.1 sind die Ergebnisse der beiden Messungen dargestellt.

Die Gruppe von P. Belli et al. [B+89] hat den Fluss der Neutronen im Gran Sasso Untergrundlabor in Halle A mit Hilfe von fünf Proportionalzählrohren, die mit Bor-

[6] in Abbildung 4.6: Punkt F
[7] in Abbildung 4.6: Punkt G
[8] Bei den vier Reaktionen, wird jeweils ein Neutron von einem Kern absorbiert. Dieser emmitiert daraufhin entwerder ein Photon, ein α – Teilchen oder ein Proton. Die vierte Möglichkeit besteht in der Spaltung des Kerns.

Tabelle 4.1: Gemessene Daten des Neutronenfluss am LNGS von [B$^+$89] und [A$^+$99b]; Festzuhalten ist, dass der Neutronenfluss bei steigender Energie fällt.

Energieintervall	Neutronenfluss [B$^+$89] [10^{-6}cm^{-2}s^{-1}]	Energieintervall	Neutronenfluss[A$^+$99b] [10^{-6}cm^{-2}s^{-1}]
(0 – 50) meV	$1,08 \pm 0,02$		
50 meV – 1 keV	$1,84 \pm 0,20$		
1 keV – 2,5 MeV	$0,54 \pm 0,01$	(1 – 2,5) MeV	$0,14 \pm 0,12$
(2,5 – 5) MeV	$0,27 \pm 0,14$	(2,5 – 5) MeV	$0,13 \pm 0,04$
(5 – 10) MeV	$0,05 \pm 0,01$	(5 – 10) MeV	$0,15 \pm 0,04$
(10 – 15) MeV	$(0,6 \pm 0,2) \cdot 10^{-3}$	(10 – 15) MeV	$(0,4 \pm 0,4) \cdot 10^{-3}$
(15 – 25) MeV	$(0,5 \pm 3,0) \cdot 10^{-6}$		

trifluorid (BF_3) gefüllt waren, über Monate hinweg gemessen. Da BF_3 – Zähler nur auf thermische Neutronen sensitiv sind, wurde für die Messung Polyethylen in verschiedenen Dicken als Moderator[9] verwendet. Als Ergebnis wurde festgestellt, dass das erhaltene Spektrum einem Spektrum, verursacht durch spontane Spaltung, entspricht.
Im Gegensatz dazu hat die Gruppe von F. Arneodo et al. [A$^+$99b] den Neutronenfluss mit Energien größer 1 MeV in Halle C des LNGS gemessen. Das erhaltene Energiespektrum ist wesentlich steiler im Vergleich zu dem von P. Belli et al. [B$^+$89]. Zusätzlich zeigt es einen anderen Verlauf, als erwartet wird, wenn die Erzeugung der Neutronen hauptsächlich durch spontane Spaltung erfolgt. In Abbildung 4.7 ist das Ergebnis der Gruppe [A$^+$99b] gezeigt.

Hierbei geben die Punkte die gemessenen Daten und die durchgezogene Linie das erwartete Spektrum, das durch die entstehenden Neutronen von spontanen Spaltungen erzeugt wird, an. Die gestrichelte Linie zeigt das berechnete Spektrum, das durch die Neutronen aus (α,n) – Reaktionen verursacht wird. Die Gemeinsamkeiten der gemessenen Daten zu dem neu berechneten Spektrum, sowie die Unterschiede zwischen den Daten und dem erwarteten Verlauf sind deutlich zu erkennen. Nach [A$^+$99b] sind damit (α,n) – Reaktionen die Hauptquelle für die Erzeugung von Neutronen. Dieses Ergebnis wird allerdings angezweifelt [Wul03], da Unsicherheiten unterschätzt wurden. In der Argumentation von [Wul03] stellt sich heraus, dass das berechnete Spektrum und die Messungen von [A$^+$99b] zufällig Übereinstimmungen aufweisen.

Die Rate der Myon – induzierten Neutronen wurde von verschiedenen Gruppen für unterschiedliche Untergrundlabore gemessen [B$^+$00, H$^+$95, B$^+$73, Eo87, A$^+$89a, A$^+$99a]. Die LVD[10] – Kollaboration hat diese Rate für das LNGS bestimmt [A$^+$99a].
Es ist bekannt, dass Myon – induzierte Neutronen weit propagieren können und sich damit weit von dem Myon bzw. von dem Myon – induzierten Schauer ent-

[9] Die Begriff Moderator wird in Kapitel 6.4 erläutert.
[10] LVD: Large Volume Detector, LNGS, Italien

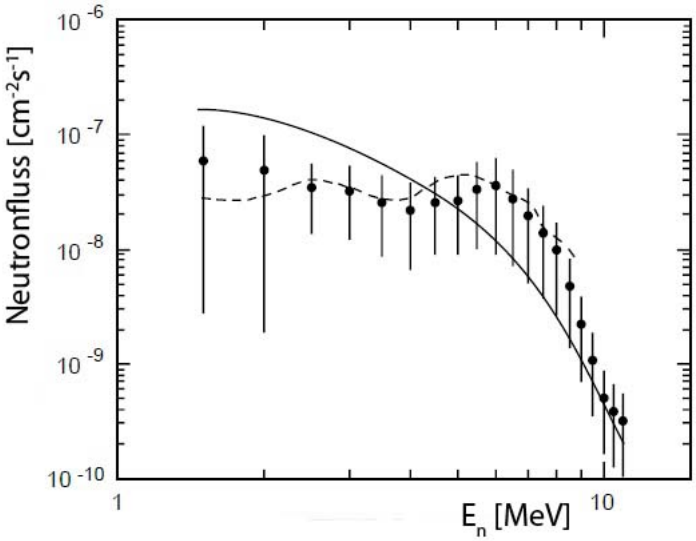


Abbildung 4.7: Neutronenspektrum in Halle C des LNGS; Punkte: gemessene Daten, durchgezogene Linie: erwartetes Spektrum, bei dem die Neutronen durch spontane Spaltung entstehen, gestrichelte Linie: Spektrum, bei dem Neutronen durch (α,n) – Reaktionen entstehen [A$^+$99b]

fernen können. Die Gruppe von M. Aglietta et al. versuchte die Rate für den Fall zu bestimmen, indem sowohl das Neutron, als auch das erzeugende Myon detektiert wurden. Die Detektion des Myons wurde von früheren Experimenten vernachlässigt [B$^+$73, Eo87, A$^+$89a].
Die Messung wurde mit dem ersten von drei LVD Türmen innerhalb von 1,56 Jahren durchgeführt. Der Turm beinhaltete 38 identische Module[11] und jeweils acht Flüssigszintillatortanks mit den Maßen $1,5\,\mathrm{m} \times 1,0\,\mathrm{m} \times 1,0\,\mathrm{m}$.
Die gemittelte Anzahl der Myon – induzierten Neutronen wurde zu

$$\langle N \rangle = (1,5 \pm 0,4) \cdot 10^{-4} \, \frac{\text{Neutronen}}{\text{Myon} \cdot \text{g} \cdot \text{cm}^2} \tag{4.8}$$

bestimmt [A$^+$99a]. Dieses Ergebnis ist deutlich kleiner im Vergleich zu dem Ergebnis von

$$\langle N \rangle = (5,3^{+0,95}_{-1,02}) \cdot 10^{-4} \, \frac{\text{Neutronen}}{\text{Myon} \cdot \text{g} \cdot \text{cm}^2}, \tag{4.9}$$

ermittelt durch den LSD[12] Detektor in einer Tiefe von 5200 m.w.e. [A$^+$89a]. In Abbildung 4.6 sind beide Ergebnisse mit weiteren Messungen für anderen Untergrundlabore dargestellt. Diese Unstimmigkeit zwischen den LVD– und den LSD – Daten kann nach [A$^+$99a] nicht einfach durch große systematische Fehler oder die Unterschiede der Tiefen erklärt werden und ist bisher ungeklärt.

[11] heute: 35 Module
[12] LSD: Liquid Scintillator Detector, Mont Blanc Laboratory

Kapitel 5

Das COBRA – Experiment

Das COBRA – Experiment wird konzipiert um den $0\nu\beta\beta$ – Zerfall nachzuweisen und wurde im Jahre 2001 von Kai Zuber vorgeschlagen [Zub01]. COBRA ist ein Akronym und steht für „Cadmium – Zinc – Telluride 0 – Neutrino Double – Beta Research Apparatus“.

Zunächst wird das Konzept des COBRA – Experiments vorgestellt. Darauf folgt die Beschreibung des momentanen R&D – Aufbaus am LNGS.

5.1 Das Konzept

Als Quellmaterial sollen CdZnTe – Kristalle verwendet werden. Da die Kristalle gleichzeitig Halbleiter sind, können sie unter Hochspannung als Detektor verwendet werden. Durch diesen „Quelle = Detektor“ – Ansatz ist es möglich, eine große Masse Quellmaterial zu erreichen. Die Verwendung von Halbleitern birgt weitere Vorteile. Zum einen ist das Material sehr rein und die Energieauflösung gut. Aufgrund der industriellen Fertigung der Detektoren sind diese schnell verfügbar. Zusätzlich können sie bei Raumtemperatur betrieben werden, so dass eine Kühlung nicht notwendig ist.
Des Weiteren enthalten die Detektoren insgesamt neun Isotope, die dem $\beta\beta$ – Zerfall unterliegen. Diese sind in Tabelle 5.1 aufgelistet. Besonderes Augenmerk gilt den hervorgehobenen Isotopen ^{130}Te, dessen Isotopenhäufigkeit von Natur aus hoch ist, und vor allem ^{116}Cd, das einen hohen Q – Wert besitzt und damit oberhalb des Gammauntergrundes (siehe Kapitel 4) liegt. Zusätzlich lässt sich ^{116}Cd auf bis zu 90 % anreichern. Zu guter Letzt befindet sich mit ^{106}Cd ein $\beta^+\beta^+$ – Emitter mit einem ebenfalls hohen Q – Wert unter den neun Isotopen.
Für das Experiment ist der „Technical Design“ – Report für 2012 geplant. Die Gesamtmasse soll ca. 420 kg betragen. Eine Möglichkeit für den gesamten Aufbau ist eine Anordnung von $40 \times 40 \times 40$ Detektoren, wobei jeder Detektor ca. 1 cm^3 groß ist und ca. 6,53 g wiegt. Durch den modularen Aufbau ergeben sich weitere Vorteile. Zum einen lassen sich die Detektoren leicht aufstocken und zum anderen sind

Tabelle 5.1: Übersicht: $\beta\beta$ – Isotope in CdZnTe – Kristallen

Isotop	Zerfallsmode	Q (keV)	nat. Häufigkeit
^{70}Zn	$2\beta^-$	1001	0,62 %
^{114}Cd	$2\beta^-$	534	28,7 %
^{116}Cd	$2\beta^-$	2809	7,5 %
^{128}Te	$2\beta^-$	868	31,7 %
^{130}Te	$2\beta^-$	2529	33,8 %
^{106}Cd	$2\beta^+$	2771	1,21 %
^{64}Zn	β^+/EC	1096	48,6 %
^{120}Te	β^+/EC	1722	0,1 %
^{108}Cd	EC/EC	231	0,9 %

Koinzidenz – Messungen möglich. In Abbildung 5.1 ist einer der Detektoren zu sehen.

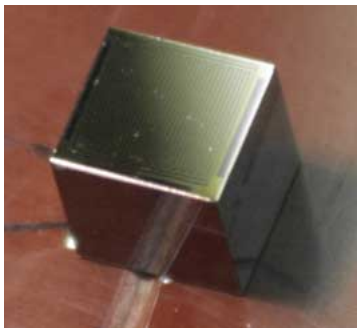


Abbildung 5.1: CdZnTe – Detektor [COB]

Ziel wird es sein eine Halbwertzeit von

$$T_{\frac{1}{2}} > 10^{26}\,\mathrm{yr} \tag{5.1}$$

zu erreichen. Das würde einer effektiven Majoranamasse von

$$\langle m_{\nu_e} \rangle \approx 50\,\mathrm{meV} \tag{5.2}$$

entsprechen. Um diese Werte zu erreichen ist eine Energieauflösung von 2% im Bereich von 2,8 MeV und eine Untergrundrate von $B \approx 0,001\,\frac{\text{Ereignisse}}{\text{yr}\cdot\text{keV}\cdot\text{kg}}$ notwendig.

5.2 Der R&D – Aufbau am LNGS

Das COBRA – Experiment befindet sich momentan in der R&D – Phase. Der Prototyp, der am LNGS betrieben wird, besteht aus acht Detektoren. In 2011 ist ein Upgrade auf 64 Detektoren geplant.
Mit Hilfe dieses Prototyps können Daten sowohl über die verwendeten Instrumente und Materialien, als auch über den Untergrund gesammelt werden, die entscheidend sein werden für den endgültigen Aufbau. Die einzelnen Detektoren werden in einer 4×4 Anordnung aufgebaut. Da Untergrundereignisse aus der Halterung nicht weiter abgeschirmt werden können, wurde der Kunststoff Delrin (Polyoxymethylen) als Befestigungsmaterial gewählt. Delrin zeichnet sich sowohl durch seine Reinheit, als auch durch seine mechanischen Stabilität aus.

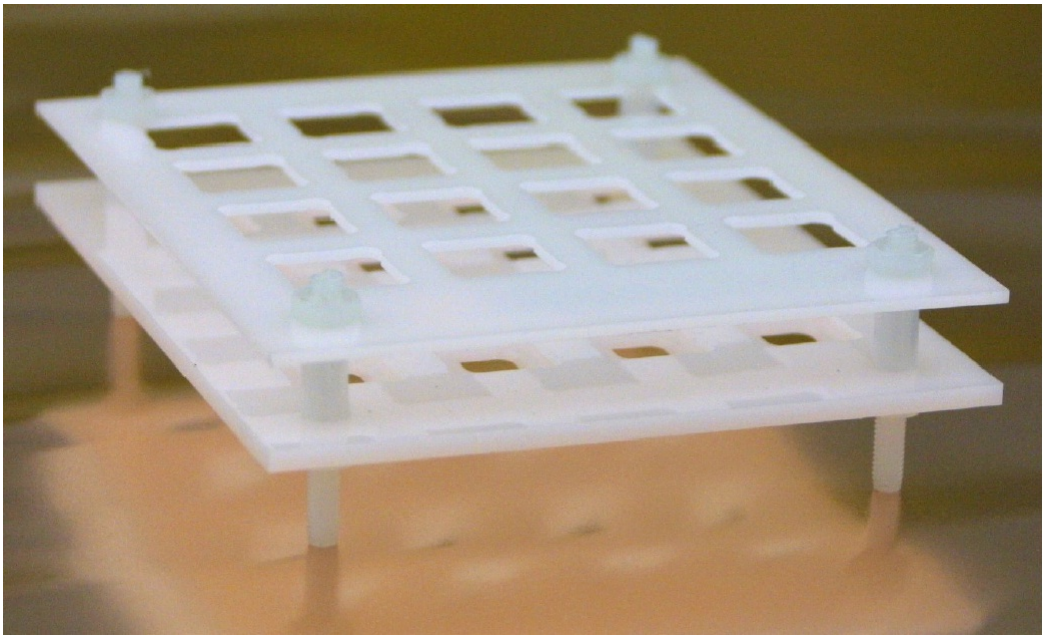


Abbildung 5.2: Delrinhalterung für 4×4 Detektoren [COB]

Die Halterung ist in Abbildung 5.2 dargestellt und fasst 4×4 Detektoren. Es existieren Aussparungen für jeden Kristall, die für die elektronische Auslese notwendig sind. Vier Delrin – Halterungen finden in einer Kupferbox, dem sogenannten Nest, Platz, sodass ein Aufbau mit 64 Kristallen realisiert werden kann. Das Kupfer ist hochrein, demzufolge werden wenige radioaktive Verunreinigungen in den Aufbau gebracht. Nach außen gehend folgt eine 5 cm dicke Schicht Kupfer und eine 15 cm dicke Schicht Blei als Abschirmung gegen Photonen, was in Abbildung 5.3(a) schematisch und in Abbildung 5.3(b) als Photographie gezeigt ist.
Zusätzlich wird ein Faradaykäfig aus Kupfer verwendet, der die Bleischicht umgibt. Er dient als Schutz gegen äußere elektromagnetische Signale. Der Käfig wird darüberhinaus mit gefiltertem Stickstoff gespült, um den Einfluss von Radionukliden, vor allem Radon, zu verringern. Als Abschirmung gegen Neutronen wird zum Schluss eine 7 cm dicke Schicht Polyethylen, das mit Bor dotiert ist, verwendet.

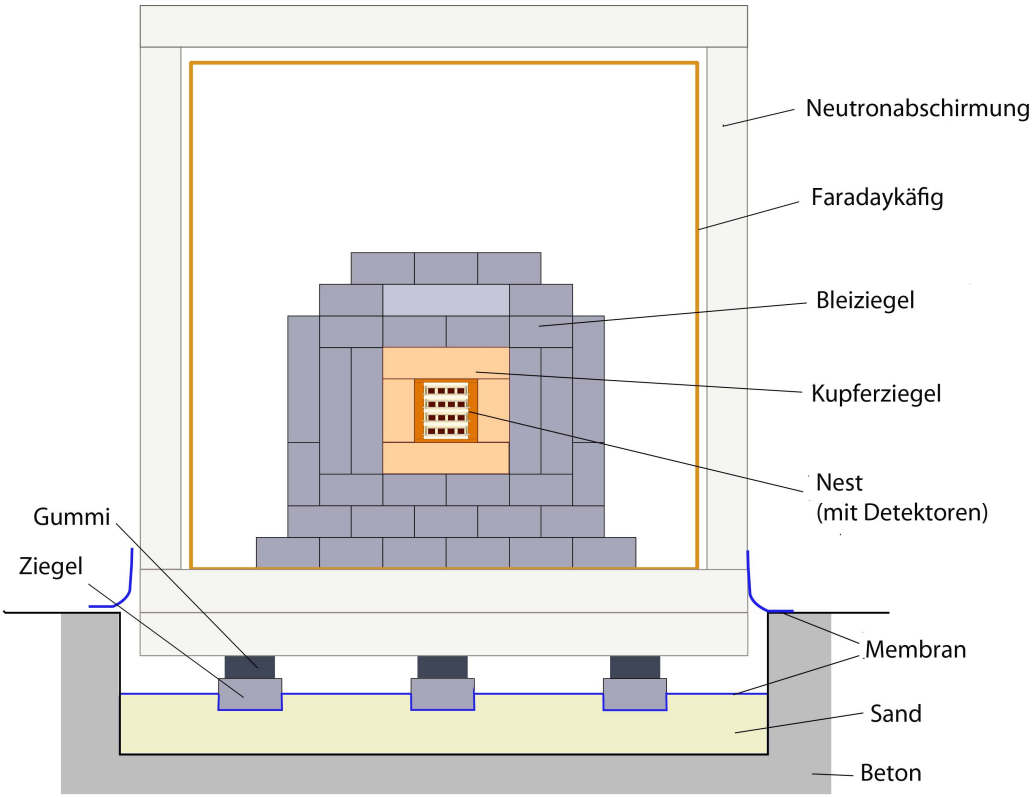
Die Untergrundrate B beträgt mit dieser Abschirmung

$$B = 8\,\frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV} \cdot \text{kg} \cdot \text{yr}}. \tag{5.3}$$

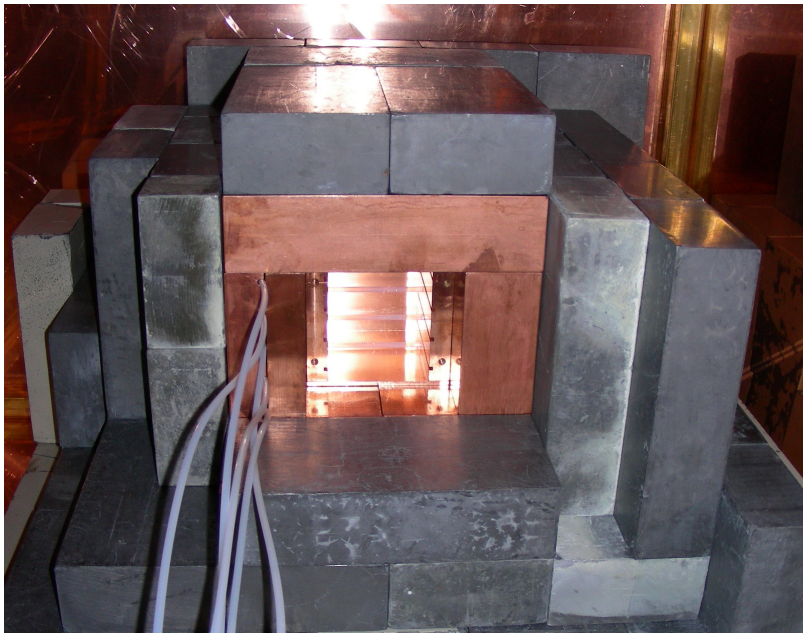
Zusätzlich konnten folgende Ergebnisse, die in Tabelle 5.2 für die beiden Isotope ^{116}Cd und ^{130}Te zusammengefasst sind, bereits erzielt werden.

Tabelle 5.2: Gezeigt werden aktuelle Ergebnisse des COBRA – Experiments von [D$^+$09] im Vergleich zu den besten gemessenen Werten der Halbwertszeit $T_{\frac{1}{2}}$ von [D$^+$03, A$^+$08b]

Isotop	$T_{\frac{1}{2}}$ [yr] [D$^+$09]	Vergleich: bester gemessener Wert $T_{\frac{1}{2}}$ [yr] [D$^+$03, A$^+$08b]
^{116}Cd	$9,4 \cdot 10^{19}$	$1,7 \cdot 10^{23}$
^{130}Te	$5,0 \cdot 10^{20}$	$3,0 \cdot 10^{24}$



(a) schematisch [Ree09]



(b) Photographie [COB]

Abbildung 5.3: Abschirmung des Prototyps

Kapitel 6

Entwicklung von Abschirmungskonzepten

In diesem Kapitel wird zunächst das Softwarepaket Venom und Fehlerquellen bei Monte – Carlo – Simulationen vorgestellt. Darauf folgt ein Kapitel über den allgemeinen Aufbau der Simulation, indem die Simulation des Detektoraufbaus und der Neutronen beschrieben wird. Anschliessend folgt die Vorstellung der Vergleichsabschirmungen und zum Schluss die Beschreibung der Konstruktion der Abschirmung.

6.1 Venom Simulation Framework

Die Entwicklung der Neutronenabschirmung für COBRA erfolgt mit Hilfe einer Monte – Carlo – Simulation. Allgemein handelt es sich dabei um ein Verfahren aus der Stochastik, bei dem ein statistischer Prozess häufig kopiert wird. In Verbindung mit der Wahrscheinlichkeitstheorie kann man mit Monte – Carlo – Simulationen analytisch nicht oder nur aufwendig lösbare Probleme im mathematischen Kontext numerisch lösen.

Für die Simulation der Detektoren, der Abschirmung und der Neutronen wird ein Simulationspaket namens Venom verwendet. Venom basiert auf Geant4[1] und ist für die Monte – Carlo – Simulation von Doppel – Betazerfall – Experimenten mit Halbleiterdetektoren entwickelt worden [Col07]. Die Plattform Geant4 wird am CERN entwickelt und ist gedacht für die Simulation von Wechselwirkungen von Teilchen mit Materie. Zusätzlich hat der Benutzer die Möglichkeit Geometrien[2]

[1] Geant: Geometry and Tracking

[2] Bezieht sich auf die Analyse des physikalischen Anordnung des Experiments mit dem Detektoren, der Abschirmung und darauf wie diese Anordnung den Weg des Teilchens beeinflusst.

zu bearbeiten und das Tracking[3], die Detector Response[4], das Run Management[5], sowie Visualisierung und Benutzerschnittstellen [Gea] anzupassen. Da Geant aus der Hochenergiephysik stammt, ist es eigentlich weder für niedrige Energien, noch für Neutronen konzipiert. Es existieren jedoch Erweiterungen speziell für Experimente, die im Niedrigenergiebereich arbeiten.
In Venom hat der Benutzer die Möglichkeit zum Beispiel Geometrien, Teilchengeneratoren und Detektoren zu ändern beziehungsweise hinzuzufügen. Zusätzlich können die zu messenden Daten, wie zum Beispiel der Energieübertrag und die Position des Teilchens, variiert und individuell gespeichert werden.

6.1.1 Mathematische Ungenauigkeiten bei Monte – Carlo – Simulationen

Monte – Carlo – Simulationen sind nicht frei von mathematischen Ungenauigkeiten. Die Richtigkeit einer Berechnung kann bestimmt werden, indem die Entfernung zwischen dem berechneten Wert $E(x)$ und dem wahren Wert $E(x)_{wahr}$ gemessen wird. Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 6.1 dargestellt.

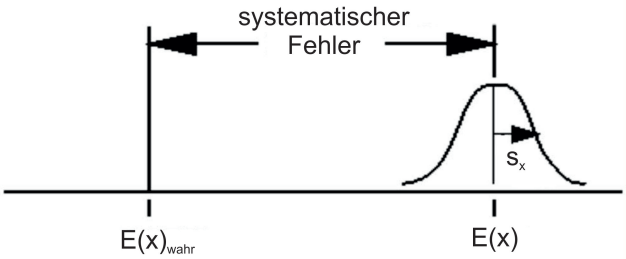


Abbildung 6.1: Gezeigt wird die Genauigkeit eines Messwertes $E(x)$, die durch den systematischen Fehler (Differenz zwischen $E(x)$ und $E(x)_{wahr}$) und den statistischen Fehler (s_x) beeinflusst wird [Ste09].

Die Differenz wird als systematischer Fehler bezeichnet und entsteht, wenn die Messfehler sich bei wiederholter Messung nicht im Mittel aufheben. Der systematische Fehler ist selten bekannt.
Die Genauigkeit der Werte ist eine Kombination aus der Richtigkeit und Präsizion, wobei die Präzision des gemittelten Messwertes durch den statistischen Fehler s_x gegeben ist. Bei Monte – Carlo – Simulationen wird die Genauigkeit nach [Ste09] durch drei Faktoren bestimmt:

[3] engl.: Verfolgen; Bezieht sich auf die Wechselwirkungen und Zerfallsprozesse der Teilchen mit dem Material.
[4] engl.: Antwort des Detektors; Bezieht sich auf die Reaktion des Detektors, wenn das Teilchen diesen passiert.
[5] engl.: Management der Simulation; Bezieht sich auf die Details der Simulation, z.B. die Anzahl der simulierten Ereignisse.

Code

Die Unsicherheiten im Code beruhen sowohl auf den benutzten mathematischen Methoden, als auch auf den physikalischen Daten, wie zum Beispiel dem Wirkungsquerschnitt, sowie der Energie– und Winkelverteilung, bis hin zum atomaren Gewicht. Darüberhinaus können Programmierfehler, sogenannte bugs[6], existieren.

Modell

Weitere Ungenauigkeiten können durch das verwendete Modell entstehen. Dazu zählen ungeeignete Energie– und Winkelverteilungen, sowie die geometrische Beschreibung und die physikalischen Größen von Materialien.

Benutzer

Der Benutzer nimmt ebenfalls Einfluss auf die Genauigkeit des Ergebnisses, zum Beispiel durch die Wahl der Anzahl der simulierten Teilchen. Hierbei erhöht eine große Anzahl an simulierten Teilchen die Genauigkeit des Ergebnisses.

6.2 Aufbau der Monte – Carlo – Simulationen

6.2.1 Simulation des Detektoraufbaus

Der allgemeine Detektoraufbau mit der voreingestellten Abschirmung ist schematisch in Abbildung 6.2 dargestellt. Im Anhang B ist in Abbildung B.1 nochmals ein maßstabsgetreuer Ausschnitt dieses Aufbaus gezeigt. Die Detektorkammer ist ca. $40\times40\times40\,\mathrm{cm}^3$ groß und beinhaltet insgesamt 64.000 Detektoren. Die Detektoren, bestehend aus CdTe[7], werden würfelförmig mit einer Seitenlänge von 1 cm simuliert. Wie in Kapitel 5 beschrieben, werden für den Gesamtaufbau jeweils 16 Detektoren in einem Halter aus zwei Delrinplatten angeordnet. Schematisch ist dieser Halter in Abbildung 6.3 dargestellt. Zwischen den Detektoren befindet sich eine Lücke von 0,35 cm. Zusätzlich schließen die beiden Delrinplatten nicht bündig mit den äussersten Detektoren, sondern es besteht eine Grenze von jeweils 0,72 cm. Darüber hinaus wird die gesamte Detektorkammer mit Stickstoff gefüllt simuliert.
Die erste Schicht, die die Detektorkammer umgibt, besteht zunächst aus Blei und ist 15 cm dick. Im Laufe der Untersuchungen wird das Blei durch andere Materialien ersetzt (siehe Kapitel 6.4). Danach folgt eine 1 cm dicke Schicht aus Plastikszintillator, die als sensitiver Detektor fungiert. In diesem Bereich werden, wie in den Kristallen, Daten zur Energiedeposition und der Teilchen gemessen bzw. gespeichert. Die dritte Schicht ist die für die Abschirmung wichtigste Schicht. Dieser Bereich

[6] engl.: Käfer; Gemeint sind Softwarefehler.
[7] Es wird CdTe statt CdZnTe verwendet, da die Daten für Wechselwirkungsquerschnitte von Zn nicht zur Verfügung stehen.

der individuellen Abschirmung ist zwischen 30 cm und 70 cm breit und besteht entweder aus einem Material oder einer Kombination mehrerer Materialien (siehe Kapitel 6.4). Der gesamte Aufbau schließt mit einem weiteren 1 cm dicken sensitiven Detektor ab. Dieser kann für spätere Betrachtungen als Myon – Veto fungieren. Die gestrichelte Umrandung zeigt die Fläche, auf der sich die Startpositionen der Neutronen innerhalb der Simulation befinden (siehe Kapitel 6.2.2).

In der maßstabsgetreuen Abbildung B.1 sind zusätzlich virtuelle Detektoren gezeigt. Diese werden beginnend bei der Detektorkammer alle 2 cm bis zum Ende der Abschirmung platziert. Die Dicke der virtuellen Detektoren beträgt 1 μm. Sie dienen dazu zum Beispiel den Neutronenfluss oder Photonenfluss durch die Abschirmung zu untersuchen.

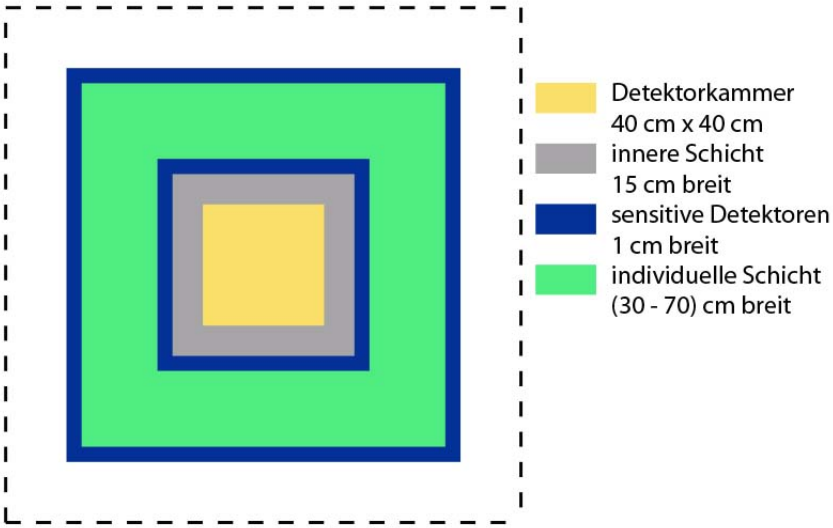


Abbildung 6.2: schematische Darstellung des gesamten Aufbaus: Die Detektorkammer ist von einer inneren Schicht (vornehmlich aus Blei) umgeben. Danach folgt ein senstiver Detektor, die indiviuelle Schicht und ein weiterer sensitiver Detektor. Die gestrichelte Umrandung zeigt die Fläche, auf der sich die Startpositionen Neutronen in der Simulation befinden.

Abbildung 6.3: Schematische Darstellung eines Detektorhalters.

6.2.2 Simulation der Neutronen

Die Simulation der Neutronen beruht auf den Ergebnissen von [MH06] und werden hier vorgestellt. Anzumerken ist, dass sich die Ergebnisse auf Myon – induzierte Neutronen beziehen. Dazu wird zunächst der Myon – induzierte Neutronenfluss ϕ_n aus Messungen des Myonflusses, der Myonenergieverteilung und der Neutronmultiplizität für sechs verschiedene Untergrundlabore bestimmt. Durch eine Fitfunktion der Form

$$\phi_n = P_0 \frac{P_1}{h_0} \exp \frac{-h_0}{P_1} \tag{6.1}$$

mit den Fitparametern $P_0 = (4,0 \pm 1,1) \cdot 10^{-7}\,\mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{s}^{-1}$ und $P_1 = (0,86 \pm 0,05)$ km.w.e. konnte der totale Neutronenfluss für das LNGS zu

$$\phi_n = (3,0 \pm 0,7) \cdot 10^{-9}\,\mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{s}^{-1} \tag{6.2}$$

bestimmt werden. Dabei wurde die vertikale Tiefe $h_0 = 3,1$ km.w.e. angenommen. Für die Energieverteilung wurde folgende Fitfunktion verwendet:

$$\frac{dN}{dE_n} = A_\mu \left(\frac{e^{-a_0 E_n}}{E_n} + B_\mu(E_\mu) \cdot e^{-a_1 E_n} \right) + a_2 E_n^{-a_3}. \tag{6.3}$$

E_n ist hier die Neutronenenergie. Die Fitfunktion 6.3 ist abhängig von den Fitparametern a_i (i = 0,1,2,3), einer Normalisierungskonstanten A_μ und der empirischen Funktion $B_\mu(E_\mu)$,

$$B_\mu(E_\mu) = 0,324 - 0,641 \cdot e^{-0,014 \cdot E_\mu}. \tag{6.4}$$

Die Myonenergie E_μ wird in GeV angegeben. Die Konstante A_μ beinhaltet den Myonfluss und ist abhängig von der Tiefe der verschiedenen Untergrundlabore. In Abbildung 6.4 ist die Form des Energiespektrums der simulierten Neutronen gezeigt. Die Parametrisierung der Neutronwinkelverteilung ist gegeben durch

$$\frac{dN}{d\cos\theta} = \frac{A_\theta}{(1-\cos\theta)^{B_\theta(E_\mu)} + C_\theta(E_\mu)}. \tag{6.5}$$

A_θ ist wie A_μ eine Normalisierungskonstante. Die empirischen Funktionen B_θ und C_θ sind gegeben durch

$$B_\theta(E_\mu) = 0,482 \cdot E_\mu^{0,045} \tag{6.6}$$

$$C_\theta(E_\mu) = 0,832 \cdot E_\mu^{-0,152}. \tag{6.7}$$

In Tabelle 6.1 sind die benutzten Fitparameter, die für $E_n > 10$ MeV gültig sind [MH06], und die Myonenergie E_μ[8] angegeben.
Für die Entwicklung der Abschirmung werden die Neutronen auf der Oberfläche eines Würfels mit einer Kantenlänge von zwei oder vier Metern simuliert. In Abbildung 6.2 ist die Fläche, auf der die Neutronen zu Anfang simuliert werden, als gestrichelte Umrandung dargestellt. Die Startposition des Neutrons auf dieser Oberfläche wird nach dem Zufallsprinzip gewählt. Die Kantenlänge des Würfels ist abhängig von der Größe der Abschirmung. Für die Tankabschirmung (siehe Kapitel 6.4.4) wird eine Kantenlänge von 8 m, für die restlichen Konfigurationen 4 m verwendet.

[8] gemessener Wert aus [A+03]

Tabelle 6.1: Zusammenfassung: E_μ und Fitparameter für das Neutronenergiespektrum und die Neutronwinkelverteilung.

E_μ	A_μ	A_θ	a_0	a_1	a_2	a_3
270 GeV	1	1	7,828	2,23	$-7,505 \cdot 10^{-15}$	2,831

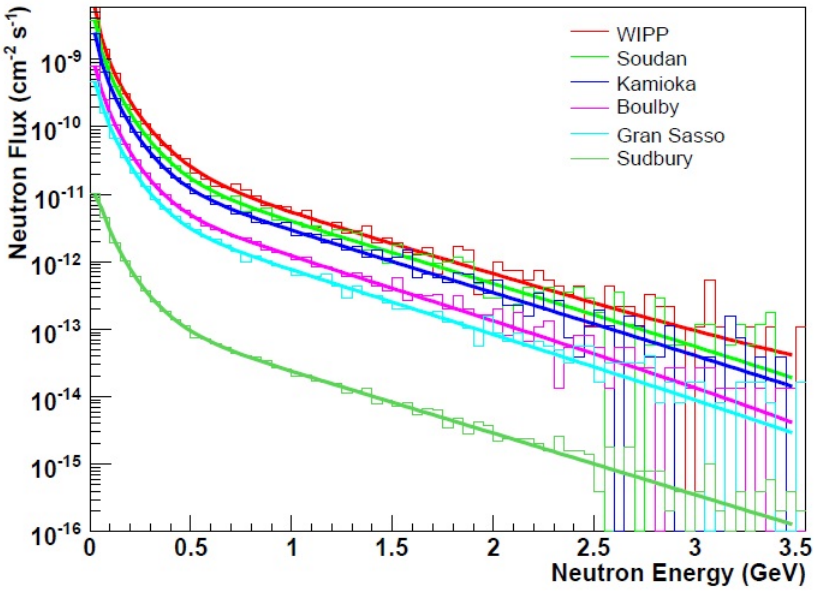


Abbildung 6.4: Energieverteilung der simulierten Neutronen für verschiedene Untergrundlabore [MH06].

6.3 Vergleichsabschirmungen

Um die einzelnen Abschirmungen vergleichen zu können, wird die Untergrundrate B, wie in Kapitel 7.1 beschrieben, errechnet. Ziel ist es die Untergrundrate zu minimieren. Zusätzlich werden drei Vergleichsabschirmungen erstellt, mit deren Hilfe die Verteilung der deponierten Energie ebenfalls verglichen werden kann. Folgende Vergleichsabschirmungen werden verwendet:

6.3.1 Keine individuelle Schichten

Die erste Vergleichsabschirmung wird konstruiert, indem der Bereich der individuellen Schicht nicht verwendet wird. In Abbildung 6.5 ist diese Abschirmung schematisch dargestellt. Zu beachten ist, dass auch hier zwei sensitive Detektoren, die jeweils eine Dicke von 1 cm besitzen, verwendet werden.

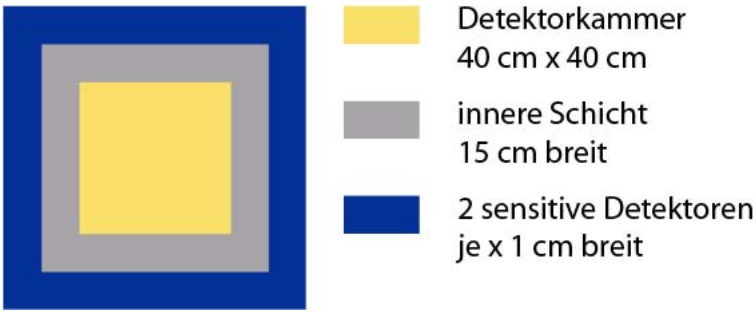


Abbildung 6.5: schematische Darstellung der Vergleichsabschirmung ohne individuelle Schicht.

6.3.2 Abschirmung der Universität Warwick

Von der Universität Warwick wurde bereits eine passive Abschirmung entwickelt [S$^+$06]. Diese Abschirmung ist allerdings nicht nur entwickelt gegen Neutronen, sondern auch gegen Photonen und Myonen. In Abbildung 6.6 ist die Abschirmung schematisch gezeigt. Sie besteht aus insgesamt elf Schichten und ist daher sehr komplex. Eine Reduktion der Schichten, indem zum Beispiel jeweils nur einmal reines Polyethylen, Lithium – dotiertes und Bor – dotiertes Polyethylen verwendet wird, wurde ebenfalls von der Universität Warwick untersucht mit dem Ergebnis, dass der Untergrund zunimmt.

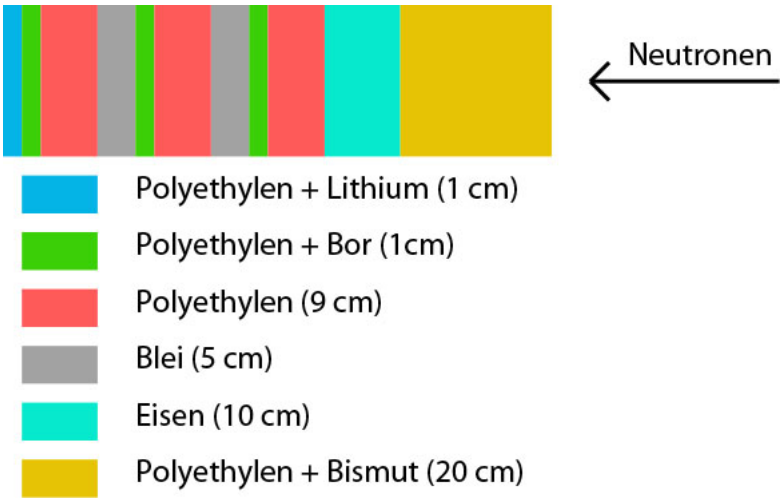


Abbildung 6.6: schematische Darstellung der Abschirmung der Universität Warwick.

6.3.3 Adaptierte Abschirmung des Cuoricino – Experiments

Als dritte Vergleichsabschirmung wird eine adaptierte Abschirmung des Cuoricino – Experiments (siehe Kapitel 3.6.2) konstruiert. Nach [A$^+$04] ist diese Abschirmung wie folgt aufgebaut:
Die verwendeten Materialien sind vor allem Blei, Kupfer und Polyethylen, das mit Bor dotiert wird. Die adaptierte Abschirmung ist in Abbildung 6.7 gezeigt.
Es wurde eine Bismut – dotierte Polyethylenschicht hinzugefügt. Die Bismut – dotierte Polyethylenschicht dient als Moderator und die zweite Bor – dotierte Schicht als Einfangmaterial[9].

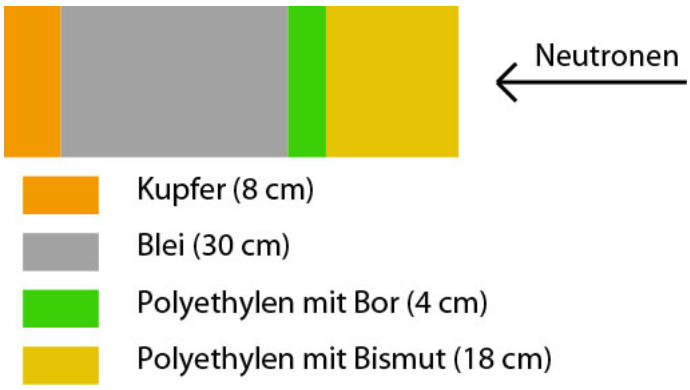


Abbildung 6.7: Schematische Darstellung der adaptierten Abschirmung des Cuoricino – Experiments.

[9]Die Begriff Einfangmaterial wird in Kapitel 6.4 erläutert

6.4 Konzepte für eine Abschirmung

Für die Konstruktion der individuellen Abschirmung werden vier verschiedene Ansätze verfolgt. Zunächst wird eine Abschirmung aus nur einem Material getestet. Diese Struktur wird Single – Layer[10] – Abschirmung genannt. Im nächsten Schritt wird eine Kombination aus drei bzw. vier verschiedenen Materialien, die Multi – Layer – Abschirmung, verwendet und zusätzlich mehrere Bricks[11] aus dem OPERA – Experiment [A+09] als Abschirmmaterial untersucht. Zuletzt wird ein Wassertank als Abschirmung getestet.
Die verwendete Zusammensetzung der simulierten Materialien ist in Tabelle A.1 im Anhang gezeigt. Die Materialien werden in zwei Kategorien eingeordnet: Moderatoren und Einfangmaterialien.
Moderatoren sind Materialien, die energiereiche Neutronen abbremsen. Die Abbremsung erfolgt über elastische Streuung an leichten Atomkernen oder durch inelastische Streuung an schwereren Kernen.
Bei der Streuung an leichten Atomkernen wird die abgegebene Energie der Neutronen als Rückstoß von den Atomkernen absorbiert und nachfolgend durch weitere Stöße als Wärme wieder abgegeben. Am effektivsten ist die Energiereduktion bei einem elastischen Stoß, wenn die Masse der Teilchen gleich groß ist. Daher eignet sich Wasserstoff, besonders ^{1}H, als Moderator. Des Weiteren eignen sich Kohlenstoff und ^{6}Li, das zum Beispiel in Verbindung mit Fluor als Lithiumfluorid in Kernreaktoren verwendet wird. Helium dagegen ist bei Raumtemperatur ungeeignet, da es gasförmig ist und keine genügend hohe Dichte erreicht werden kann.
Für die Simulationen werden vornehmlich Verbindungen aus Wasserstoff und Kohlenstoff wie Polyethylen und Paraffin verwendet. Das Polyethylen wurde zusätzlich zum Beispiel mit Lithium, Bor oder Bismut dotiert.
Bei der Streuung der Neutronen an schwereren Kernen wird die Energie der Neutronen ebenso reduziert, jedoch wird der Atomkern durch die abgegebene Energie des Neutrons angeregt. Anschließend wird die Energie als Gammastrahlung wieder abgegeben. Für diesen Prozess kommen hier zum Beispiel Kupfer, Eisen und Blei in Frage.
Bei Einfangmaterialien handelt es sich um Materialien, in denen ein thermisches Neutron von einem Atomkern absorbiert wird und zusammen einen schwereren Atomkern bildet. Geeignet sind Cadmium, Gadolinium, Bor und Lithium. Für die Isotope ^{10}B und ^{6}Li finden zum Beispiel (n,α) – Reaktionen statt:

$$ {}^{6}_{3}\mathrm{Li} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow {}^{3}_{1}\mathrm{He} + {}^{4}_{2}\alpha, \tag{6.8} $$

$$ {}^{10}_{5}\mathrm{B} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow \begin{cases} {}^{7}_{3}\mathrm{Li} + {}^{4}_{2}\alpha \text{ Grundzustand} \\ \\ {}^{7}_{3}\mathrm{Li}^{*} + {}^{4}_{2}\alpha \text{ angeregter Zustand,} \end{cases} \tag{6.9} $$

[10] engl.: Schicht
[11] engl.: Ziegel

wobei die Reaktion mit ^{10}B sowohl in den Grundzustand, als auch in den angeregten Zustand[12] von ^{7}Li erfolgen kann. Des Weiteren ist Blei ein guter Neutronabsorber. Einerseits können die Kerne beim Einfang eines Neutrons stabil werden bzw. bleiben, andererseits können Neutronen auch Neutron – induzierte Kernreaktionen auslösen, wodurch die Kerne durch α– und Gammastrahlung zerfallen (siehe Kapitel 4.2.2), die dann wiederum absorbiert werden müssen, zum Beispiel durch Blei. Dabei besitzt α – Strahlung im Vergleich zur Gammastrahlung eine geringe Reichweite. Zusätzlich können Photonen über Photoionisation, Compton – Effekt und Paarbildung mit dem Material wechselwirken und Energie im Detektor deponieren.
Ein Maß für die Wahrscheinlichkeit, dass einfallende Teilchen mit einem anderen Teilchen wechselwirken, ist der Wirkungsquerschnitt σ. Die Dimension des Wirkungsquerschnitts ist die einer Fläche und wird in barn angegeben, wobei 1 barn 100 fm^2 ist. Der Wirkungsquerschnitt hängt von der jeweils interessierenden Wechselwirkungsweise, von Art und kinetischer Energie des einfallenden Teilchens und von der Art des getroffenen Teilchens ab. Die letztgenannte Abhängigkeit bedeutet, dass Wirkungsquerschnitte Materialeigenschaften sind.
In Tabelle A.2 im Anhang sind die Wirkungsquerschnitte σ_s und σ_a für die verwendeten Elemente angegeben. Dabei ist σ_s der totale Wirkungsquerschnitt für Streuungen und σ_a der Wirkungsquerschnitt für die Absorption von thermischen Neutronen mit einer Energie von 25,30 meV[13].

Ein besonderes Augenmerk gilt bei COBRA Cadmium, da dieses als Quellmaterial dient. Werden die Neutronen durch die Moderatoren erfolgreich abgebremst, können sie mit ^{113}Cd über (n,γ) – Reaktionen wechselwirken. Demnach ist es wichtig, dass nicht nur hochenergetische Neutronen abgeschirmt werden, sondern auch themische Neutronen die Detektoren nicht erreichen, da die entstehende Gammastrahlung nicht weiter abgeschirmt werden könnte.

6.4.1 Single – Layer – Abschirmung

Der einfachste Weg für den Aufbau einer Abschirmung ist die Verwendung eines einzigen Materials. Für die Single – Layer – Abschirmung wurden insgesamt elf Materialien getestet:

- Polyethylen
- Lithium – dotiertes Polyethylen
- Bor – dotiertes Polyethylen
- Bismut – dotiertes Polyethylen
- flexibles Bor[14]
- Lithiumfluorid
- Paraffin
- Kupfer
- Eisen
- Blei
- Flüssigszintillator

[12] Der angeregte Zustand von ^{7}Li kehrt durch die Emission eines 0,48 MeV Photons in den Grundzustand zurück. Die Halbwertszeit beträgt ca. 10^{-13} s
[13] Dies entspricht einer Geschwindigkeit von 2200 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.
[14] Flexibles Bor ist eine Zusammensetzung von Silicium, Sauerstoff und Bor (siehe Tabelle A.1).

Es handelt sich hierbei um eine Auswahl von Moderatoren, Einfangmaterialien und Metallen (siehe Tabelle 6.2), die auf ihre Eigenschaften als Abschirmungsmaterial gegen Neutronen untersucht werden sollen. Als Materialdicken wurden 30 cm, 50 cm und 70 cm verwendet. Insgesamt ergibt das 33 Konfigurationen. Die Ergebnisse können auch Hinweise auf die optimale Materialkonfiguration für die Multi – Layer – Abschirmung geben.

6.4.2 Multi – Layer – Abschirmung

Für die Abschirmung von hochenergetischen Neutronen eignet sich besonders eine Kombination aus mehreren Materialien. Hierbei müssen die Neutronen moderiert und daraufhin eingefangen werden. Bei dem Design der Abschirmung muss zusätzlich berücksichtigt werden, dass der Gammauntergrund durch Einfangprozesse erhöht werden kann und entstandene Photonen wiederum absorbiert werden müssen. Als dritte Schicht wird ein Material mit einer hohen Dichte, ein Metall, verwendet. Es dient dazu, Neutronen und Photonen einzufangen und zu moderieren. Von vornherein festgelegt ist die Reihenfolge des Moderators und des Einfangmaterials. So soll der Moderator sich grundsätzlich vor dem Einfangmaterial befinden. Das Metall kann vor dem Moderator, aber auch nach dem Einfangmaterial platziert werden. Da sich allerdings standardmäßig in dem gesamten Aufbau zwischen der Detektorkammer und der individuellen Abschirmung ebenfalls Blei befindet (siehe Abbildung 6.2), wird an dieser Stelle das Metall vor den Moderator gelegt. Schematisch ist dieser Zusammenhang in Abbildung 6.8 gezeigt.

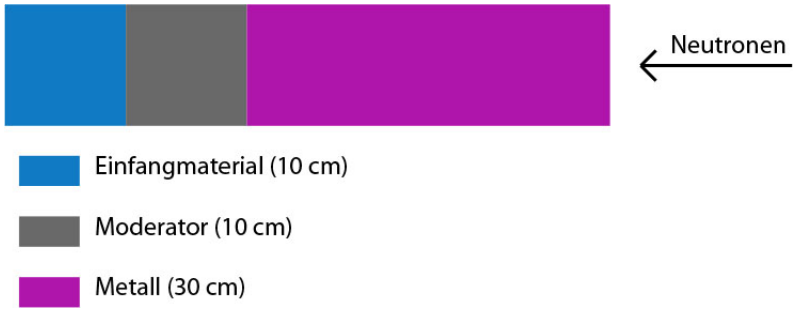


Abbildung 6.8: Schematische Darstellung der Multi – Layer Abschirmung

Die verwendeten Materialien und deren Zuordnung ist in Tabelle 6.2 aufgelistet. Insgesamt werden 98 verschiedene Konfigurationen realisiert. Die Gesamtdicke des Blocks, bestehend aus Moderator, Einfangmaterial und Metall, beträgt 50 cm oder 60 cm, je nachdem ob drei oder vier Materialien verwendet werden. Dabei ist $d_{Moderator} = 10\,\text{cm}$, $d_{Einfangmaterial} = 10\,\text{cm}$ und $d_{Metall} = 30\,\text{cm}$. Die Dicke für das Einfangmaterial und den Moderator wurden auf 10 cm festgelegt, da dieser Wert bereits genügt um den Fluss der Neutronen um eine Größenordnung zu reduzieren [Ste09]. Für das Metall wird in Anlehnung an die innere Schicht eine Dicke von 30 cm gewählt.
In Verbindung mit der Multi – Layer – Abschirmung wird das Material der inneren Schicht zusätzlich untersucht. Standardmäßig wird Blei verwendet. Für einige Konfigurationen der Multi – Layer – Abschirmung wird das Blei weggelassen. Ferner wird es

sowohl mit Kupfer, als auch mit Lithium – dotiertem Polyethylen ausgetauscht. Die Dicke der inneren Schicht wird aus Vergleichsgründen nicht verändert.

Tabelle 6.2: Aufteilung der Materialien für die Multi – Layer – Abschirmung.

Metall	Moderator	Einfangmaterial
Blei (+ Kupfer)	Polyethylen	flexibles Bor
Eisen (+ Kupfer)	Paraffin	Bor – dot. Polyethylen
	Lithium dot. – Polyethylen	Lithium – dot. Polyethylen
	Bismuth – dot. – Polyethylen	Lithiumfluorid
	Bor – dot. – Polyethylen	Cadmium
	Lithiumfluorid	Gadoliniumoxid

6.4.3 OPERA – Brick – Abschirmung

Eine weitere Möglichkeit eine Abschirmung aufzubauen, ist die Verwendung von Bricks aus dem OPERA[14] – Experiment. OPERA ist ein Neutrinodetektor im LNGS, dessen Hauptziel der Nachweis von Tau – Neutrinos in einem nahezu reinen Myon – Neutrinostrahl und damit die Bestätigung der $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ – Oszillation ist. Der Neutrinostrahl wird am CERN in 732 km Entfernung vom Detektor erzeugt und ist auf das LNGS gerichtet. Der Nachweis des Tau – Neutrinos erfolgt über den Nachweis eines kurzlebigen τ, das zuvor über die CC[15] – Reaktion des ν_τ entstanden ist.
Der Target[16] – Bereich von OPERA ist aus rechteckigen Bricks gebildet, die eine Abmessung von $128 \times 102 \times 79\,\mathrm{mm}^3$ und eine Masse von 8,3 kg besitzen [A$^+$09]. Schematisch ist der Aufbau eines Bricks in Abbildung 6.11 gezeigt. Insgesamt besteht ein Brick aus 57 Emulsionsfilmen (je 293 μm dick) und 56 Bleiplatten (je 1 mm dick), die abwechselnd angeordnet sind [A$^+$09]. Die Emulsionsfilme unterteilen sich in ein Trägermaterial (205 μm dick), ein Kunststoff, der beidseitig mit einer Emulsionsschicht (je 44 μm dick) beschichtet ist.
Als Kunststoff wird Triacetylcellulose[17] verwendet und die Emulsionsschicht besteht aus Silberbromidkristallen, die in Gelatine gebunden sind [A$^+$09].
Für COBRA ist die Fragestellung interessant, ob diese Bricks auch als Abschirmmaterial verwendet werden können, da sie einer fein strukturierten Multi – Layer – Konfiguration entsprechen. In Tabelle 6.3 ist eine Übersicht dargestellt, welche Konfigurationen für die Brick – Abschirmung verwendet wurden.

[14] OPERA: Oscillation Project with Emulsion tRacking Apparatus, LNGS, Italien
[15] CC steht für charged current, was übersetzt geladener Strom bedeutet.
[16] engl.: Ziel
[17] In der Simulation wird Polystyren verwendet.

Tabelle 6.3: Übersicht der untersuchten Konfigurationen für die Brick – Abschirmung. Die Konfiguration des OPERA – Bricks ist hervorgehoben.

Konfiguration	$d_{Emulsion}$ [μm]	$d_{Kunststoff}$ [μm]	d_{Blei} [μm]
1	**44**	**205**	**980**
2	0	205	980
3	44	105	980
4	44	305	980
5	44	105	500
6	44	305	500
7	44	105	1500
8	44	305	1500

Der allgemeine Aufbau bleibt dabei erhalten, jedoch werden die Schichtdicken variiert. Insgesamt wurden acht Konfigurationen realisiert, wobei die Kunststoffschicht zwischen 105 – 305 μm und die Bleischicht zwischen 500 – 1500 μm geändert wird. Die Emulsionsschicht wird in ihrer Dicke nicht variiert, jedoch wird für die zweite Konfiguration die Emulsionsschicht weggelassen, sodass lediglich Blei und Kunststoff geschichtet werden. Die erste Konfiguration in Tabelle 6.3 entspricht dem OPERA – Brick und ist daher hervorgehoben.
Zusätzlich wird für jede dieser acht Konfigurationen das Material der Kunststoffschicht geändert. So wird das in der Simulation verwendete Polystyren einmal durch Lithium – dotiertes und einmal durch Bor – dotiertes Polyethylen ersetzt, da sowohl Lithium als auch Bor gute Einfangmaterialien sind und Polyethylen ein guter Moderator ist.

Für die Abschirmung werden sieben dieser Bricks in Verbindung mit einer 3 cm dicken Lithium – dotierten Polyethylenschicht, die nochmals als Einfangmaterial dient, eingesetzt. In Abbildung 6.9 ist die Abschirmung, die aus sieben Bricks aufgebaut ist, schematisch dargestellt.
Des Weiteren wird getestet, ob auch eine Multi – Layer – Konfiguration bestehend aus den Materialien des OPERA – Bricks vergleichbar gut abschirmt, wie die Bricks selbst. Diese Konfiguration ist in Abbildung 6.10 dargestellt und wie folgt aufgebaut: Im OPERA – Brick werden 56 Bleiplatten *à* 980 μm, 57 Kunststoffschichten *à* 205 μm und 114 Emulsionsschichten *à* 44 μm. Das ergibt für sieben Bricks, die bei der Brick – Abschirmung verwendet werden, eine Konfiguration mit ca. 38 cm Blei, 4 cm Emulsion und 8 cm Kunststoff. Zusätzlich werden wie zuvor 3 cm Lithium – dotiertes Polyethylen verwendet.

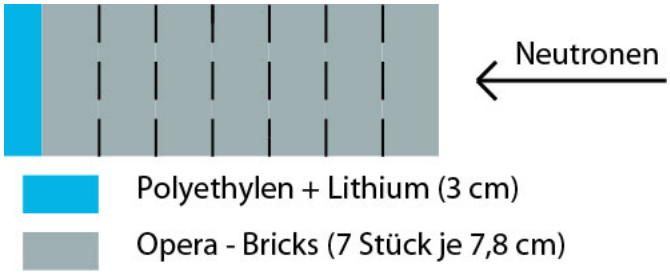


Abbildung 6.9: schematische Darstellung der Abschirmung mit OPERA – Bricks.

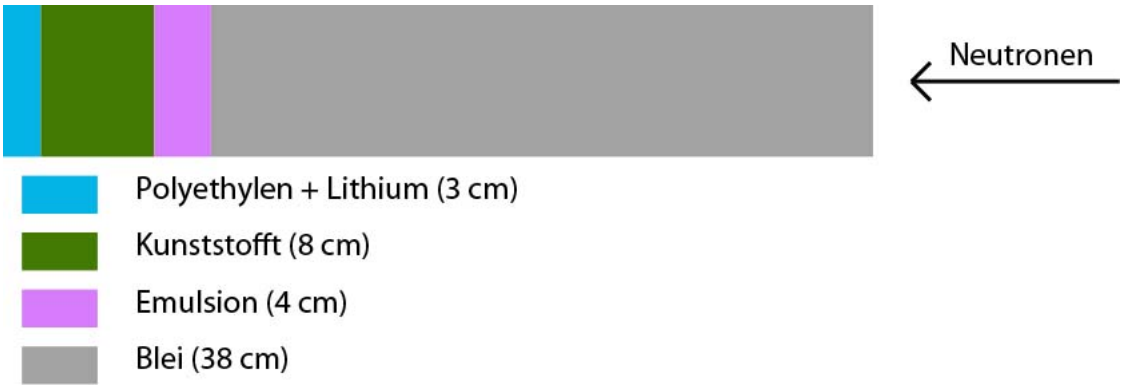
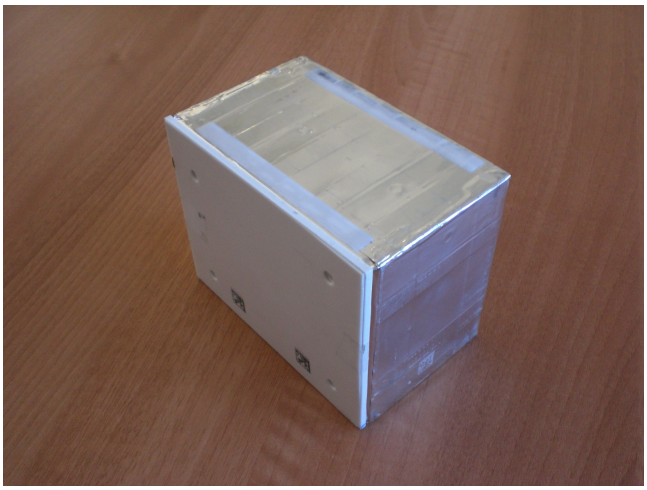
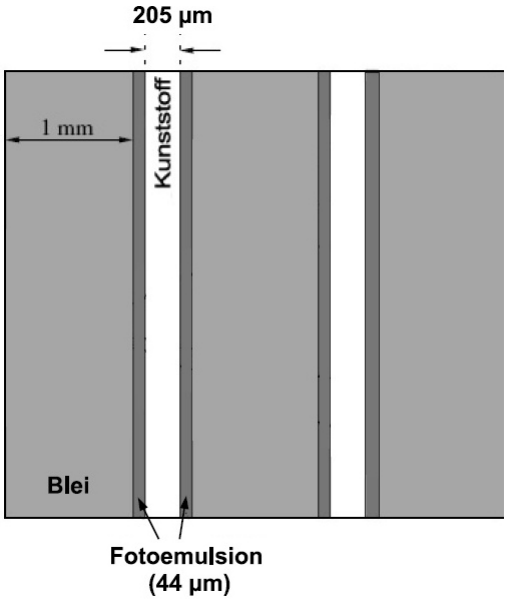


Abbildung 6.10: schematische Darstellung der Multi – Konfiguration mit den Materialien des OPERA – Bricks.



(a) Photographie eines Bricks [OPE].



(b) schematischer Aufbau eines Bricks.

Abbildung 6.11: Aufbau eines OPERA – Bricks

6.4.4 Tank – Abschirmung

Ein anderer Ansatz für eine Abschirmung ist die Verwendung eines Wassertanks. Das $0\nu\beta\beta$ – Zerfall – Experiment GERDA[18] verwendet unter anderem einen 3 m breiten Wassertank und ist sensitiv auf eine Halbwertszeit von $T_{\frac{1}{2}} \sim 10^{26}$ yr, was einer effekwtiven Neutrinomasse von $\langle m_{\nu_e} \rangle < (0,09 - 0,3)$ eV entspricht [TG05]. Das Ziel ist es eine Gesamtuntergrundrate von $10^{-3}\,\frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}$ zu erreichen [TG04]. Zu beachten ist, dass ein höherer Untergrund bei GERDA erwartet wird. Der Grund hierfür liegt darin, dass das Isotop ^{76}Ge, welches einen niedrigeren Q – Wert als ^{116}Cd besitzt, verwendet wird und in diesem Bereich der Gammauntergrund höher ist.
Der schematische Aufbau der Abschirmung mit einem Tank ist in Abbildung 6.12 dargestellt.

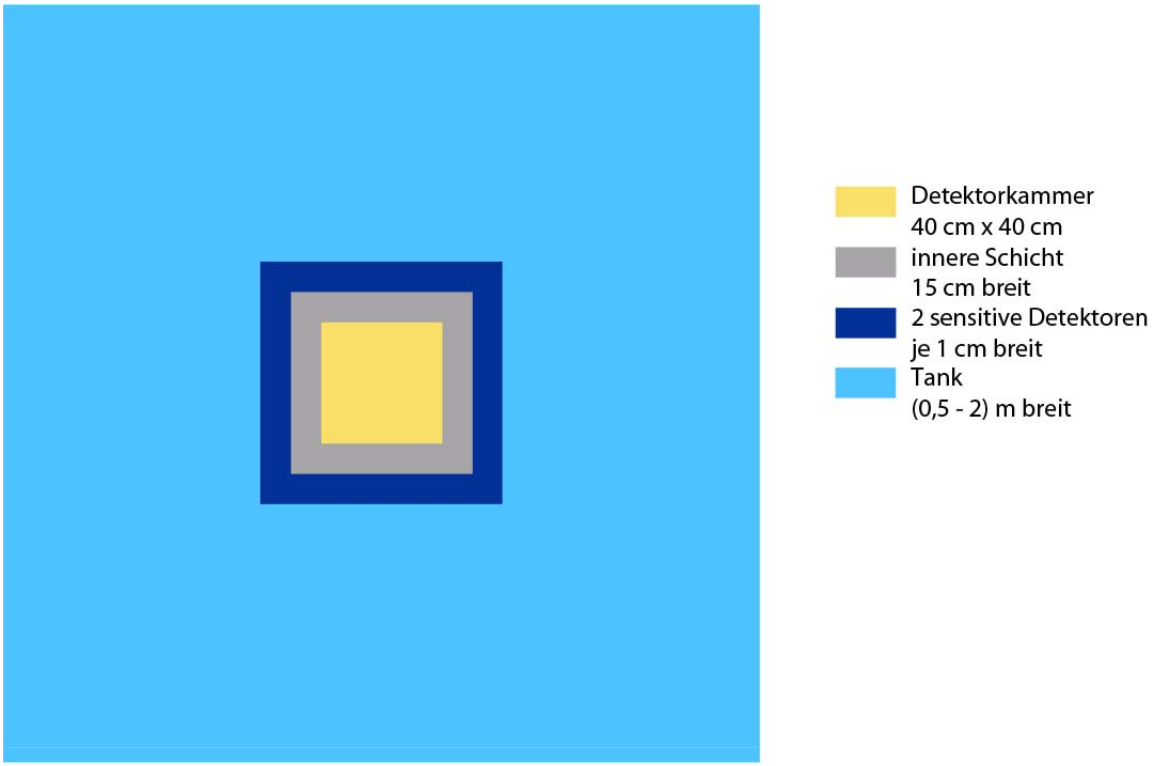


Abbildung 6.12: Schematischer Aufbau der Abschirmung mit einem Tank.

Die Maße des Tanks werden zwischen (0,5 – 2,0) m variiert. Die Schicht der individuellen Abschirmung wird hier weggelassen.
In Abbildung B.2 im Anhang ist ein maßstabsgetreue Ausschnitt von der Tankabschirmung dargestellt. Auch hier werden virtuelle Detektoren alle 2 cm von der Detektorkammer beginnend bis zum Ende des Tanks platziert.

[18] GERDA: Germanium Detector Array, LNGS, Italien

Kapitel 7

Auswertung der Abschirmungen

In Kapitel 7 werden die Ergebnisse für die einzelnen Abschirmungen beschrieben. Zunächst wird die Vorgehensweise der Auswertung beschrieben. Danach folgen die Ergebnisse für die Vergleichsabschirmungen, die Single – Layer – Abschirmung, die Multi – Layer – Abschirmung, die OPERA – Brick – Abschirmung und die Tank – Abschirmung.
Aus den letzten drei Abschirmkonzepten wird jeweils die beste Abschirmung gewählt. Diese werden dann in Kapitel 7.7 nochmals miteinander verglichen.

7.1 Aufbau der Auswertung

Die Auswertung der Daten wird für jede Abschirmung auf folgende Weise durchgeführt.
Wie bereits in Kapitel 6.2.2 erwähnt, beträgt der totale Myon – induzierte Neutronenfluss ϕ_n nach [MH06]

$$\phi_n = (3,0 \pm 0,7) \cdot 10^{-9}\,\mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{s}^{-1}. \tag{7.1}$$

Mit Hilfe von ϕ_n und der Anzahl der simulierten Neutronen N_{sim}[1], sowie der Fläche, auf der die Neutronen simuliert wurden, lässt sich die Messzeit $t_{Messzeit}$ bestimmen. Wenn zum Beispiel $N_{sim} = 1.010.000$ Neutronen auf einer Fläche von $A = 96\,\mathrm{m}^2$, für eine Kantenlänge von 4 m, simuliert werden, entspricht dies einer Messzeit[2] von

$$\begin{aligned} t_{Messzeit} &= \frac{N_{sim}}{\phi_n \cdot A} \\ &= (11 \pm 3)\,\mathrm{yr}. \end{aligned} \tag{7.2}$$

Die Messzeit wird benötigt, um die Untergrundrate B zu berechnen (siehe unten), aufgrund derer die Abschirmungen miteinander verglichen werden können. Darüberhinaus wird ermittelt, wieviele Teilchen in Relation zu der Anzahl der simulierten

[1] Zu beachten ist, dass die Anzahl der simulierten Neutronen für die Abschirmungen variiert und abhängig von der Rechenzeit ist.

[2] Die Messzeit entspricht der Zeit, in der N_{sim} Neutronen auf einen Aufbau mit 64000 CdZnTe – Detektoren treffen würden.

Neutronen in den Detektoren registriert wurden. Dieser Prozentwert $P_{reg/sim}$ (siehe unten) wird ebenfalls zur Beurteilung der Abschirmungen herangezogen. Zuvor werden auf die deponierte Energie E drei Cuts[3] angewendet:

- Bestimmung der Anzahl der registrierten Teilchen N_{reg}
  Nicht alle Teilchen, die in den CdZnTe – Detektoren wechselwirken und Energie abgeben, können von der Ausleseelektronik registriert werden. Die deponierte Energie muss dazu größer oder gleich dem Schwellenwert von 40 keV sein.
  Die Anzahl der registierten Teilchen N_{reg} beinhaltet demzufolge ausschließlich Teilchen, die eine Energie $E_{reg} \geq 40\,\text{keV}$ abgegeben haben.

- Bestimmung der Anzahl der Teilchen in der ROI[4] N_{regROI}
  Die ROI liegt bei COBRA im Bereich von 2,8 MeV, das dem $0\nu\beta\beta$ – Zerfall – Signal von ^{116}Cd entspricht. Teilchen, die diese Energie im Detektor deponieren, haben einen besonderen Einfluss auf das Experiment, da sie das Signal von ^{116}Cd imitieren. Für den Cut wird ein Energieintervall zwischen $2,7\,\text{MeV} < E_{regROI} < 2,9\,\text{MeV}$ gewählt. Die ROI wird recht breit gewählt, um die Statistik zu erhöhen.
  Die Anzahl der Teilchen in der ROI N_{regROI} beinhaltet demnach Teilchen, die eine Energie zwischen 2,7 MeV und 2,9 MeV abgegeben haben.

- Bestimmung der Anzahl der Teilchen $N_{regROIse}$
  Teilchen, die Energie nur in einem CdZnTe – Detektor abgeben, werden Single – Event genannt. Sie sind zu unterscheiden von zum Beispiel Teilchen, die Energie in verschiedenen Detektoren nacheinander abgeben und somit eine Spur hinterlassen oder sukzessive Signale die durch zum Beispiel Neutroneneinfang und anschliessender Emission eines Photons entstehen. Da es sehr unwahrscheinlich ist, dass ein $0\nu\beta\beta$ – Zerfall quasi gleichzeitig in mehreren CdZnTe – Detektoren stattfindet, sind vor allem diese Single – Events von Interesse. Durch diesen Cut kann der Untergrund nochmals massiv verringert werden.
  Dieser Cut wird ausschließlich für die besten Abschirmungen in Kapitel 7.7 angewendet.
  Die Anzahl der Teilchen $N_{regROIse}$ beinhaltet demnach Teilchen, die Energie in einem Detektor deponiert haben und gleichzeitig kein weiterer Detektor ein Ereignis verzeichnet.

Bei den drei Cuts werden nicht nur die Energieeinträge von den simulierten Neutronen berücksichtigt, sondern auch von den Sekundärteilchen (zum Beispiel Photonen), die im Abschirmmaterial oder auch im Detektor selber entstehen.
Die bestimmten Daten zu N_{sim} und N_{reg} werden ins Verhältnis zueinander gesetzt und es ergibt sich

$$P_{reg/sim} = \frac{N_{reg}}{N_{sim}}. \tag{7.3}$$

[3] engl.: Schnitte
[4] ROI: region of interest, engl.: interessierender Bereich

Zusätzlich wird die Untergrundrate B berechnet. Sie ist gegeben durch

$$B = \frac{N_{regROI}}{t_{Messzeit} \cdot m \cdot \Delta E} \tag{7.4}$$

mit dem Energieinterval $\Delta E = 200\,\text{keV}$. Die Masse m des Detektoraufbaus für 64.000 Detektoren beträgt $m = 369,92\,\text{kg}$.

Für jede Abschirmung wird nachfolgend jeweils N_{sim}, N_{reg} und N_{regROI}, die Messzeit $t_{Messzeit}$, der Prozentwert $P_{reg/sim}$, sowie die Untergrundrate B mit dem jeweiligen statistischen Fehler bestimmt und angegeben.
Damit die Abschirmungen miteinander verglichen und beurteilt werden können, werden an $P_{reg/sim}$ und B Forderungen geknüpft, die sich aus den Vergleichsabschirmungen in Kapitel 7.2 ergeben. Zusätzlich wird die Verbesserung bzw. Verschlechterung V der besten Abschirmungen gegenüber den Vergleichsabschirmungen angegeben. Sie wird wie folgt berechnet:

$$V = \frac{B_V - B_i}{B_V} = 1 - \frac{B_i}{B_V}, \tag{7.5}$$

wobei B_V die Untergrundrate einer der Vergleichsabschirmungen ist und B_i die Untergrundrate der i-ten Konfiguration. Anschaulich ist die Verbesserung bzw. Verschlechterung auch in den erhaltenen Energieverteilungen[5], die im Vergleich zu den Vergleichabschirmungen dargestellt werden, zu sehen (zum Beispiel in den Abbildungen 7.1 und 7.2).
Zum Schluss wird aus den Multi – Layer–, den Brick– und den Tank – Abschirmungen jeweils die beste Konfiguration gewählt, so dass diese drei miteinander verglichen werden können.
Aufgrund der teilweise geringen Anzahl von N_{regROI} kann die Untergrundrate B nicht für jede Konfiguration genau angegeben werden, da der statistische Fehler im Vergleich zum berechneten Wert in der gleichen Größenordnung liegt.

Für die Materialien werden Abkürzungen verwendet, die in Tabelle 7.1 aufgelistet sind.

[5]Gemeint ist die Verteilung der deponierten Energie in den CdTe – Detektoren.

Tabelle 7.1: Abkürzungen für die verwendeten Materialien.

Abkürzung	Material
PE	Polyethylen
PLi	Lithium – dotiertes Polyethylen
B30PE	Bor – dotiertes Polyethylen
BiPE	Bismut – dotiertes Polyethylen
FB	flexibles Bor
LiF	Lithiumfluorid
LScint	Flüssigszintillator
Cd	Cadmiun
GdO	Gadoliniumoxid
Cu	Kupfer
Fe	Eisen
Pb	Blei
Em	Emulsion
PS	Polystyren

In den nachfolgenden Datentabellen werden die Dicke der jeweiligen Materialschicht nach der Abkürzung des Materials in cm angegeben, wie zum Beispiel:

Abkürzung	Bedeutung
B30PE50	50 cm B30PE
Fe30	30 cm Fe

7.2 Auswertung: Vergleichsabschirmungen

Zuerst werden die Vergleichsabschirmungen betrachtet. Dazu gehört die Konstruktion ohne effektive Schicht (zerolayer), die Abschirmung der Universität Warwick (Warwick) und die adaptierte Abschirmung des Cuoricino – Experiments (Cuoricino). In Tabelle 7.2 sind die Daten zu N_{sim}, N_{reg} und N_{regROI} gezeigt.

Tabelle 7.2: Gezeigt werden die erhaltenen absoluten Werte für die Vergleichsabschirmungen.

Abschirmung	N_{sim}	N_{reg}	N_{regROI}
zerolayer	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	39979 ± 200	194 ± 14
Warwick	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	4276 ± 65	24 ± 5
Cuoricino	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	9458 ± 97	48 ± 7

Für die Messzeit $t_{Messzeit}$ ergibt sich nach Gleichung 7.2

$$t_{Messzeit} = (11 \pm 3)\,\mathrm{yr}. \tag{7.6}$$

Die Ergebnisse für $P_{reg/sim}$ und die Untergrundrate B sind in Tabelle 7.3 zusammengefasst.

Tabelle 7.3: Gezeigt werden $P_{reg/sim}$ und B für die Vergleichsabschirmungen.

Abschirmung	$P_{reg/sim}$ [%]	B $\left[\frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}\right]$
zerolayer	$3,96 \pm 0,02$	$(24 \pm 8) \cdot 10^{-5}$
Warwick	$0,42 \pm 0,01$	$(2,9 \pm 0,6) \cdot 10^{-5}$
Cuorecino	$0,94 \pm 0,01$	$(5,9 \pm 0,8) \cdot 10^{-5}$

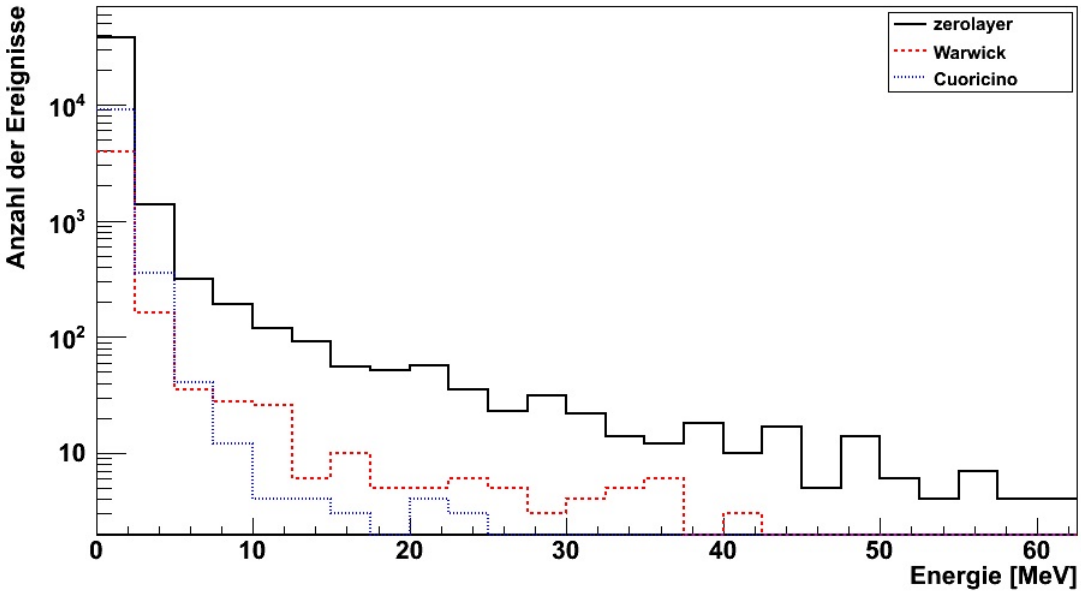


Abbildung 7.1: Gezeigt werden die Energieverteilungen der Vergleichsabschirmungen. Die schwarze, durchgezogene Linie zeigt die zerolayer – Abschirmung, die rote, gestrichtelte Linie die Warwick – Abschirmung und die blaue, gepunktete die Cuoricino – Abschirmung. Man erkennt deutlich eine Reduktion des Untergrunds der Warwick– und der Cuoricino – Abschirmung im Vergleich zur zerolayer – Abschirmung.

Zusätzlich ist in Abbildung 7.1 die Energieverteilung der Vergleichsabschirmungen dargestellt.

Im Vergleich der drei Konfiguration erkennt man deutlich eine Verringerung des Untergrundes durch die Warwick– und Cuoricino – Abschirmung zur zerolayer – Konfiguration. Bei genauerer Betrachtung ist ersichtlich, dass die Cuoricino – Abschirmung weniger Ereignisse mit Energien größer als 8 MeV verzeichnet als die Warwick – Abschirmung. Für Energien kleiner 8 MeV treten mehr Ereignisse auf.
Für den weiteren Verlauf der Auswertung werden als Vergleichswerte die erhaltenen Ergebnisse der Warwick – Abschirmung verwendet, da diese im Vergleich zu der zerolayer– und der Cuoricino – Vergleichsabschirmung den geringsten Untergrund verzeichnet. Besonders wichtig ist hierbei der Energiebereich zwischen 2,7 und 2,9 MeV. Ziel ist es nun durch weitere Abschirmkonzepte den Untergrund weiter zu reduzieren oder auch durch eine einfachere Struktur als die der Warwick – Abschirmung das Niveau des Untergrundes zu erhalten. Daher wird als Bedingungen für $P_{reg/sim}$ und B

die berechneten Werte der Warwick – Abschirmung (siehe Tabelle 7.3) gefordert:

$$P_{reg/sim} \leq (0,42 \pm 0,01)\% \tag{7.7}$$

und

$$B \leq (2,9 \pm 0,6) \cdot 10^{-5} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV} \cdot \text{kg} \cdot \text{yr}}. \tag{7.8}$$

7.3 Auswertung: Single – Layer – Abschirmung

Für die Single – Layer – Abschirmungen wurden verschiedene Materialien mit Dicken zwischen (30 – 70) cm getestet.
In Tabelle C.1 im Anhang sind die zu N_{sim}, N_{reg} und N_{regROI} erhaltenen Daten gezeigt. Auch hier beträgt die Messzeit $t_{Messzeit}$ nach Gleichung 7.2 $t_{Messzeit} = (11 \pm 3)$ yr. Die Untergrundrate B, sowie $P_{reg/sim}$ sind in Tabelle C.2 im Anhang dargestellt.
Keine Abschirmung aus dem Bereich Single – Layer erfüllt die Bedingungen der Gleichungen 7.7 und 7.8. Daher kann man festhalten, dass durch nur ein einziges Material keine Abschirmung aufgebaut werden kann, die eine Verbesserung der Untergrundrate des Warwick – Abschirmung bietet bzw. dessen Niveau hält.
Paraffin bietet sich für eine Verringerung des Untergrunds im Vergleich zu den anderen Single – Layer – Abschirmungen an. Die Ergebnisse für eine Schicht aus Paraffin sind nochmals in den Tabellen 7.4 und 7.5 zusammengefasst. Dabei ist zusätzlich festzuhalten, dass eine größere Schicht aus Paraffin den Untergrund nur geringfügig verringert, wie aus Tabelle 7.4 und 7.5 ersichtlich. In Abbildung 7.2 ist die Energieverteilung nach 70 cm Paraffin im Vergleich zur zerolayer – Konfiguration und zur Warwick – Abschirmung gezeigt. Der Untergrund wird durch 70 cm Paraffin auf $(5 \pm 2) \cdot 10^{-5} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV} \cdot \text{kg} \cdot \text{yr}}$ reduziert, was einer Verbesserung von $(79 \pm 11)\%$ gegenüber der zerolayer – Konfiguration entspricht. Allerdings ist aus der Energieverteilung erkennbar, dass durch die Warwick – Abschirmung weniger Untergrund im Detektor registriert wird. Die Verschlechterung gegenüber der Warwick – Abschirmung beträgt für 70 cm Paraffin $(71 \pm 23)\%$.

Tabelle 7.4: Gezeigt werden die erhaltenen absoluten Werte für die Single – Layer – Abschirmungen aus Paraffin.

Abschirmung	N_{sim}	N_{reg}	N_{regROI}
30 cm Paraffin	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	8253 ± 91	49 ± 7
50 cm Paraffin	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	8584 ± 93	40 ± 6
70 cm Paraffin	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	7961 ± 89	41 ± 6

Tabelle 7.5: Gezeigt werden $dP_{reg/sim}$ und B für die Single – Layer Abschirmungen aus Paraffin.

Abschirmung	$P_{reg/sim}$ [%]	B $\left[\frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}\right]$
30 cm Paraffin	$0,82 \pm 0,01$	$(6,0 \pm 2,0) \cdot 10^{-5}$
50 cm Paraffin	$0,85 \pm 0,01$	$(5,0 \pm 2,0) \cdot 10^{-5}$
70 cm Paraffin	$0,79 \pm 0,01$	$(5,0 \pm 2,0) \cdot 10^{-5}$

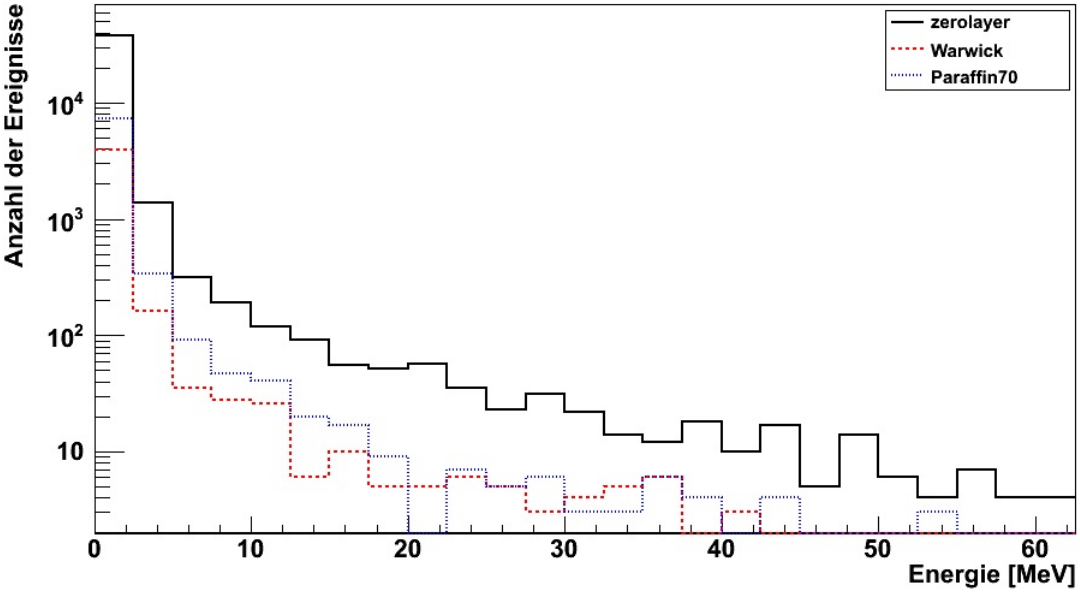


Abbildung 7.2: Gezeigt wird die Energieverteilung einer Abschirmung mit 70 cm Paraffin (blau, gepunktete Linie) im Vergleich zu den Vergleichsabschirmungen zerolayer (schwarz, durchgezogene Linie) und Warwick (rot, gestrichelte Linie). Man erkennt eine Reduktion des Untergrundes durch 70 cm Paraffin im Vergleich zur zerolayer – Abschirmung, aber eine Verschlechterung gegenüber der Warwick – Abschirmung.

7.4 Auswertung: Multi – Layer – Abschirmung

Bei den Multi – Layer – Abschirmungen werden drei bis vier verschiedene Materialien in Kombination verwendet.
Die Auswertung wird nach dem benutzten Metall (entweder Blei oder Eisen) in der Abschirmung unterteilt. In den Tabellen C.3 und C.4 im Anhang sind die Ergebnisse der Abschirmungen mit Blei dargestellt. Die Ergebnisse für die Abschirmungen mit Eisen sind in den Tabellen C.5 und C.6 im Anhang zusammengefasst. Da die Anzahl der simulierten Neutronen N_{sim} für fast jede Konstruktion unterschiedlich ist, wird die Messzeit $t_{Messzeit}$ jeweils in Tabelle C.4 für Blei und in Tabelle C.6 für Eisen angegeben.
Zunächst lässt sich festhalten, dass deutlich mehr Konfigurationen mit Eisen als mit Blei die Bedingungen 7.7 und 7.8 erfüllen. Dieses kann dadurch begründet werden, dass Blei zwar einen höheren Wechselwirkungsquerschnitt für Neutronen als Eisen besitzt, aber dabei Sekundärteilchen entstehen, wie Photonen oder weitere Neutro-

nen[6], die die Untergrundrate erhöhen. Die Untergrundraten liegen im Bereich von $10^{-5}\,\frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}$ und sind damit vergleichbar mit der Warwick – Vergleichsabschirmung. Die besten Ergebnisse erzielten, jeweils für Blei und Eisen, folgende Konfigurationen[7]. In den Tabellen 7.6 und 7.7 sind die Ergebnisse dieser Abschirmungen gezeigt.

Tabelle 7.6: Gezeigt werden die absoluten Werte einer Auswahl der Multi – Layer – Abschirmungen.

Abschirmung	N_{sim}	N_{reg}	N_{regROI}
B30PE10-BiPE10-Cu10-Pb30	$3,02 \cdot 10^6 \pm 1738$	6186 ± 79	27 ± 5
B30PE10-PLi10-Cu10-Pb30	$1,54 \cdot 10^6 \pm 1241$	2647 ± 51	14 ± 4
B30PE10-LiF10-Cu10-Pb30	$3,02 \cdot 10^6 \pm 1738$	5375 ± 73	37 ± 6
GdO5-B30PE10-Cu10-Pb30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	2331 ± 48	6 ± 2
LiF10-Paraffin10-Cu10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	4986 ± 71	18 ± 4
LiF10-PE10-Cu10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	5452 ± 74	34 ± 6
B30PE10-BiPE10-Cu10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	2927 ± 54	8 ± 3
PLi10-B30PE10-Cu10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	2239 ± 47	8 ± 3
PLi10-LiF10-Cu10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	3074 ± 55	17 ± 4

Tabelle 7.7: Gezeigt werden $P_{reg/sim}$, $t_{Messzeit}$ und B für eine Auswahl der Multi – Layer – Abschirmungen.

Abschirmung	$P_{reg/sim}$ [%]	$t_{Messzeit}$ [yr]	$B\left[\frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}\right]$
B30PE10-BiPE10-Cu10-Pb30	$0,205 \pm 0,003$	33 ± 8	$(11 \pm 3) \cdot 10^{-6}$
B30PE10-PLi10-Cu10-Pb30	$0,172 \pm 0,003$	17 ± 4	$(11 \pm 4) \cdot 10^{-6}$
B30PE10-LiF10-Cu10-Pb30	$0,178 \pm 0,002$	33 ± 8	$(15 \pm 5) \cdot 10^{-6}$
GdO5-B30PE10-Pb30	$0,383 \pm 0,006$	11 ± 3	$(22 \pm 8) \cdot 10^{-6}$
LiF10-Paraffin10-Cu10-Pb30	$0,247 \pm 0,003$	22 ± 5	$(11 \pm 4) \cdot 10^{-6}$
LiF10-PE10-Cu10-Pb30	$0,270 \pm 0,004$	22 ± 5	$(21 \pm 6) \cdot 10^{-6}$
B30PE10-BiPE10-Cu10-Fe30	$0,145 \pm 0,003$	22 ± 5	$(5 \pm 2) \cdot 10^{-6}$
PLi10-B30PE10-Cu10-Fe30	$0,111 \pm 0,002$	22 ± 5	$(5 \pm 2) \cdot 10^{-6}$
PLi10-LiF10-Cu10-Fe30	$0,152 \pm 0,003$	22 ± 5	$(10 \pm 4) \cdot 10^{-6}$

Zusätzlich sind in Abbildung 7.3 die Energieverteilungen von zwei der Multi – Layer – Abschirmungen aus Tabelle 7.6 im Vergleich zur Warwick – Vergleichsabschirmung dargestellt.

Es ist zu erkennen, dass die Multi – Layer – Abschirmungen eine vergleichbare Leistung wie die Warwick – Vergleichsabschirmung erbringen. Die Multi – Layer – Abschirmungen besitzen jedoch einen Vorteil gegenüber der Warwick – Vergleichsabschirmung. Sie besitzen lediglich drei bis vier Schichten, im Vergleich zu den elf Schichten der Warwick – Vergleichsabschirmung und sind demnach deutlich einfacher aufgebaut bzw. zu konstruieren.
Im nächsten Schritt wird getestet, ob sich die Untergrundrate reduzieren lässt, wenn die innere Schicht (siehe Abbildung 6.2) gewechselt wird. Bisher wurden 30 cm Blei

[6] Der Wechselwirkungsquerschnitt für zum Beispiel (n,2n) – Reaktionen für ^{206}Pb beträgt ca. 1 barn für Energien größer als 10 MeV. Im Vergleich dazu ist der Wirkungsquerschnitt für ^{54}Fe kleiner 0,1 barn für die gleiche Reaktion und Energie.

[7] Bei der Auswahl wurden die Konfigurationen getrennt voneinander für Blei und Eisen gewählt.

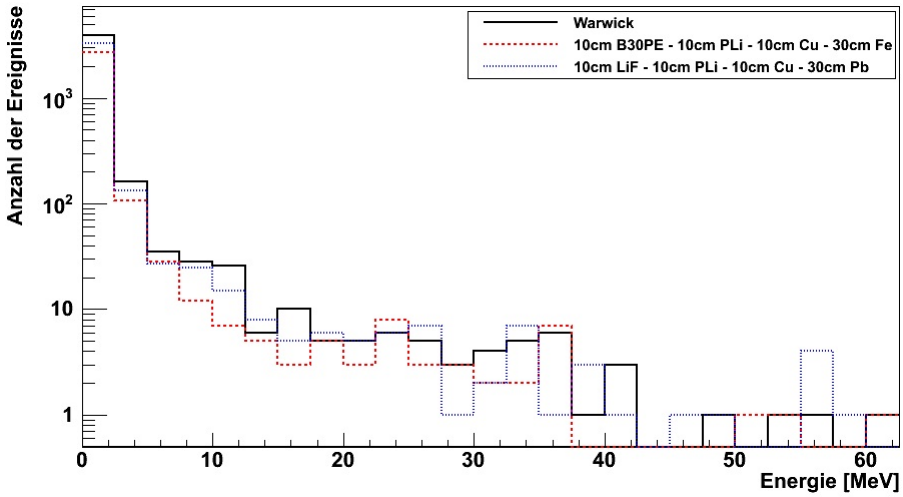


Abbildung 7.3: Gezeigt werden zwei Multi – Layer – Abschirmungen in Vergleich zur Warwick – Vergleichsabschirmung. Zu erkennen ist, dass die Multi – Layer – Abschirmungen eine vergleichbare Leistung erbringen.

verwendet. Für die sieben Abschirmungen in Tabelle 7.6 wird einmal die innere Schicht weggelassen, durch Lithium – dotiertes Polyethylen und durch Kupfer ersetzt. Die Ergebnisse sind in Tabelle C.7 und C.8 zusammengefasst.
Zusätzlich ist der Verlauf der Anzahl der Neutronen und Photonen in Abbildung 7.5 mit Blei als innere Schicht, in Abbildung 7.6 mit Kupfer, in Abbildung 7.7 mit Lithium – dotiertem Polyethylen und in Abbildung 7.8 ohne innere Schicht dargestellt. Die entsprechenden Daten wurden mit Hilfe der virtuellen Detektoren erzeugt. Dabei erklärt sich die Beschriftung der Abzsisse wie folgt. Der erste virtuelle Detektor befindet sich an der Detektorkammer (siehe Abbildung B.1) und wird mit „Det-0“ bezeichnet. Danach folgen alle 2 cm weitere virtuelle Detektoren, die aufsteigend nummeriert werden. Es ist dementsprechend der Verlauf der Anzahl der Neutronen und Photonen in Abständen von 2 cm gezeigt.
Man erkennt, dass die Anzahl des Neutronen verringert wird und bei der Abschirmung ohne innere Schicht am geringsten ist. Gleichzeitig nimmt die Anzahl der Photonen zu, wodurch die Untergrundrate sich nicht weiter verringert.
Als beste Konfiguration innerhalb der Multi – Layer – Abschirmung erweist sich die Abschirmung mit 10 cm PLi, 10 cm B30PE, 10 cm Kupfer, 30 cm Eisen und als innere Schicht nochmals Kupfer mit einer Reduktion des Untergrunds auf $(2 \pm 1) \cdot 10^{-6}\,\frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}$ (siehe Tabelle 7.8), was einer Verbesserung von $92 \pm 6\,\%$ im Vergleich zur Warwick – Vergleichsabschirmung entspricht. Die Ergebnisse der Abschirmung sind in den Tabellen 7.8 und 7.9 dargestellt. An diesen Werten sieht man anschaulich, dass die Raten N_{regROI} sehr gering sind und damit sich der statistische Fehler in der gleichen Größenordnung befindet. Um die Abschirmungen zu vergleichen wird in diesem Fall $P_{reg/sim}$ herangezogen.
In Abbildung 7.4 sind die Energieverteilungen der besten Konfiguration einmal mit Blei und mit Kupfer als innerer Schicht, sowie die Warwick – Vergleichsabschirmung dargestellt. Vor allem bei Energien kleiner als 10 MeV ist der Untergrund um ca. eine

Größenordnung reduziert.

Tabelle 7.8: Gezeigt werden die absoluten Werte der besten Multi – Layer – Abschirmungen.

Abschirmung	N_{sim}	N_{reg}	N_{regROI}
Cu als innere Schicht PLi10-B30PE10-Cu10-Fe30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1.005$	1039 ± 32	2 ± 1

Tabelle 7.9: Gezeigt werden $P_{reg/sim}$, $t_{Messzeit}$ und B für die beste Multi – Layer – Abschirmungen.

Abschirmung	$P_{reg/sim}$ [%]	$t_{Messzeit}$ [yr]	B $\left[\frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}\right]$
Cu als innere Schicht PLi10-B30PE10-Cu10-Fe30	$0,103 \pm 0,003$	11 ± 3	$(2 \pm 1) \cdot 10^{-6}$

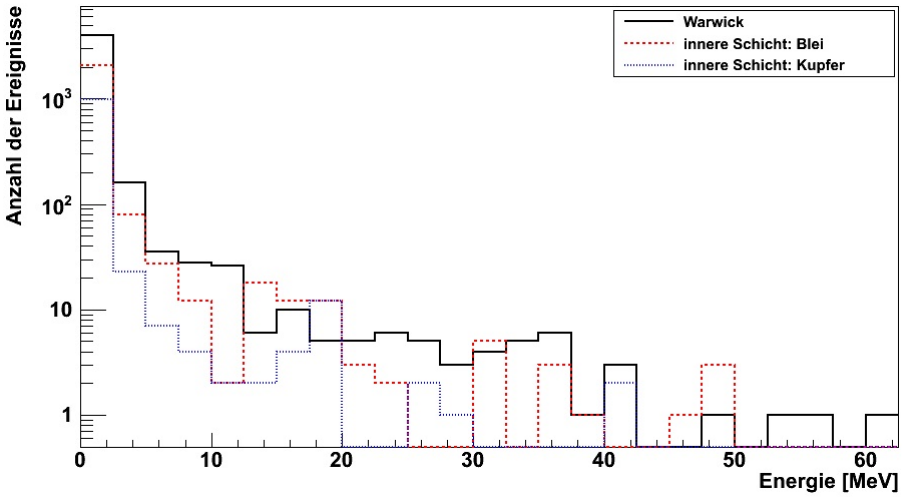


Abbildung 7.4: Gezeigt werden die Energieverteilungen der besten Multi – Layer – Abschirmung (10 cm PLi, 10 cm B30PE, 10 cm Kupfer, 30 cm Eisen) mit Eisen als innere Schicht (rot, gestrichelte Linie) und mit Blei als innere Schicht (blau, gepunktete Linie) im Vergleich zur Warwick – Abschirmung (schwarze, durchgezogene Linie).

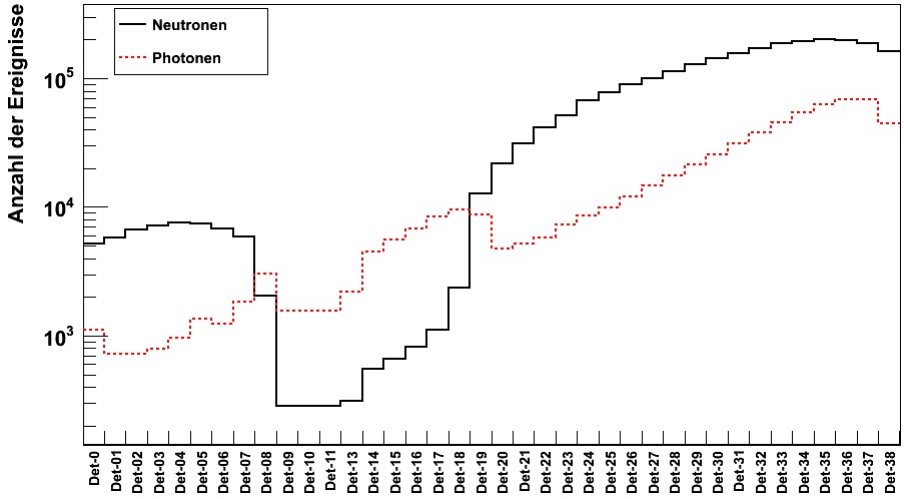


Abbildung 7.5: Gezeigt wird der Verlauf der Anzahl der Neutronen (schwarze, durchgezogene Linie) und Photonen (rote, gestrichelte Linie) für die beste Multi – Layer – Abschirmung (10 cm PLi, 10 cm B30PE, 10 cm Kupfer, 30 cm Eisen) mit Blei als innerer Schicht.

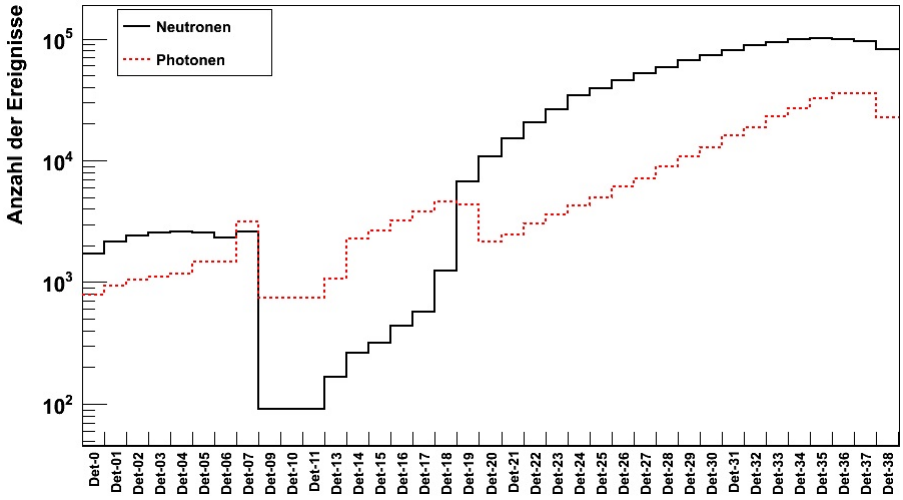


Abbildung 7.6: Gezeigt wird der Verlauf der Anzahl der Neutronen (schwarze, durchgezogene Linie) und Photonen (rote, gestrichelte Linie) für die beste Multi – Layer – Abschirmung (10 cm PLi, 10 cm B30PE, 10 cm Kupfer, 30 cm Eisen) mit Kupfer als innerer Schicht.

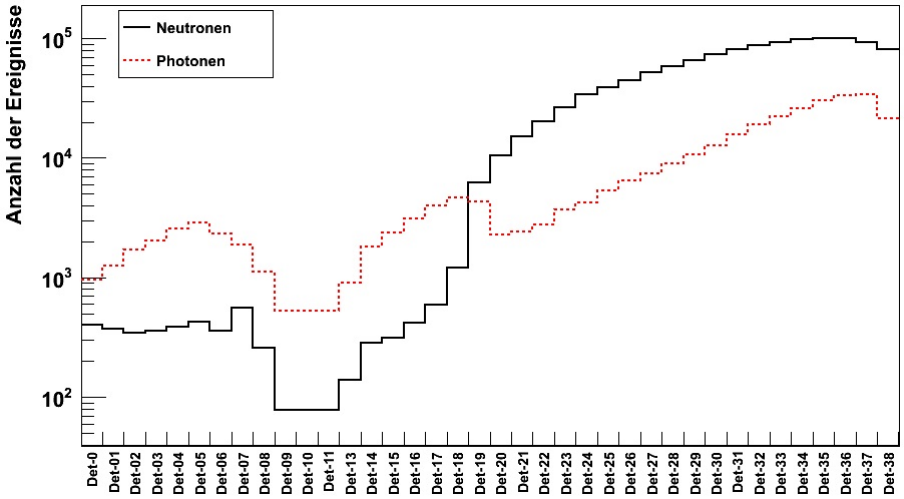


Abbildung 7.7: Gezeigt wird der Verlauf der Anzahl der Neutronen (schwarze, durchgezogene Linie) und Photonen (rote, gestrichelte Linie) für die beste Multi – Layer – Abschirmung (10 cm PLi, 10 cm B30PE, 10 cm Kupfer, 30 cm Eisen) mit Lithium – dotiertem Polyethylen als innerer Schicht.

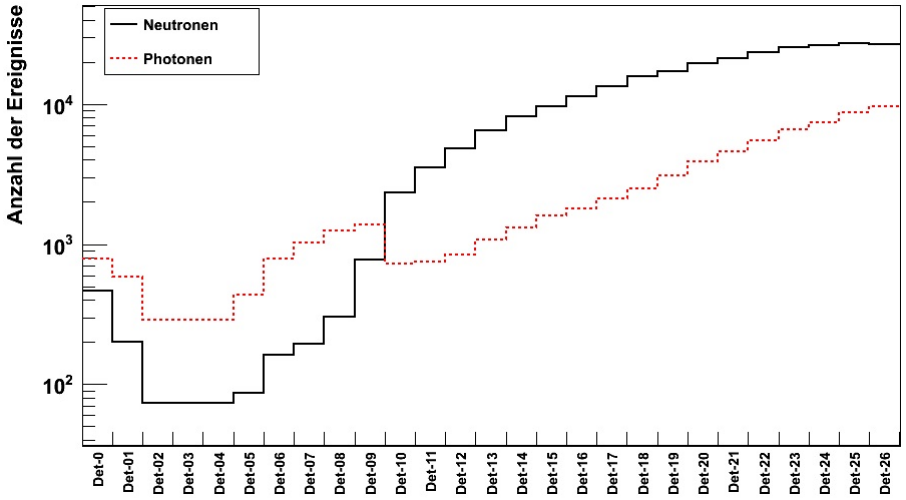


Abbildung 7.8: Gezeigt wird der Verlauf der Anzahl der Neutronen (schwarze, durchgezogene Linie) und Photonen (rote, gestrichelte Linie) für die beste Multi – Layer – Abschirmung (10 cm PLi, 10 cm B30PE, 10 cm Kupfer, 30 cm Eisen) ohne innerer Schicht.

7.5 Auswertung: OPERA – Brick – Abschirmung

Bei der OPERA – Brick – Abschirmung werden sieben Bricks aus dem OPERA – Experiment in Verbindung mit einer 3 cm dicken Lithium – dotierten Polyethylen Schicht getestet. Die Ergebnisse sind in Tabelle C.9 und in Tabelle C.10 zusammengefasst. Auch hier wird die Messzeit $t_{Messzeit}$ für jede Konfiguration in Tabelle C.10 angegeben.
Die Werte für $P_{reg/sim}$ sind deutlich niedriger als bei der Single – Layer– und Multi – Layer – Abschirmungen. Daraus lässt sich schließen, dass die Brick – Konfigurationen besser abschirmen.
Zunächst wird untersucht, inwiefern sich die Materialänderung der Kunststoffschicht, die unterschiedlichen Materialdicken und das Weglassen der Emulsionsschicht auf die Abschirmeigenschaften auswirken.
In Abbildung 7.10 sind die Energieverteilungen des OPERA – Bricks (mit Polystyren), eines Bricks mit Bor – dotiertem Polyethylen und eines Bricks mit Lithium – dotiertem Polyethylen gezeigt. Eine geringe Reduktion des Untergrundes ist zu erkennen. Das Gleiche gilt für die Veränderung der Kunststoffschichtdicke, wie in Abbildung 7.14 zu sehen. Erst die Veränderung der Bleidicke, in Abbildung 7.12 zu sehen, reduziert den Untergrund um ungefähr eine halbe Größenordnung, wenn die Dicke auf 1500 μm erhöht wird.
In Abbildung 7.13 wird der OPERA – Brick mit einem ohne Emulsionsschicht verglichen. Der Untergrund wird geringfügig erhöht, wenn keine Emulsionsschichten vorhanden sind.
Aus den bisherigen Ergebnissen kann man schliessen, dass die Emulsion nur bedingt notwendig ist, um die Untergrundrate zu reduzieren. Auch für das Material der Kunststoffschicht und dessen Dicke ist der Einfluss auf die Untergrundrate gering. Dagegen bewirkt eine größe Dicke der Bleischicht eine stärkere Reduktion des Untergrundes.
Zum Schluss ist in Abbildung 7.14 die Energieverteilung eines OPERA – Bricks und der einer Multi – Layer – Konfiguration mit den gleichen Materialien des OPERA – Bricks (8 cm Kunststoff, 4 cm Emulsion und 38 cm Blei) im Vergleich zur Warwick – Vergleichsabschirmung dargestellt. Es ist ersichtlich, dass die Struktur einen großen Einfluss auf den Untergrund hat. Dieser wird für die feinere Struktur des OPERA – Bricks deutlich reduziert.
Die beste Abschirmung innerhalb dieses Komplexes ist aufgebaut aus 1500 μm Blei, 305 μm Bor – dotierten Polyethylen und 44 μm Emulsion, die die Untergrundrate auf $(2 \pm 1) \cdot 10^{-6}\,\frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}$ reduziert, was einer Verbesserung von $(92 \pm 6)\%$ im Vergleich zur Warwick – Abschirmung entspricht. Die Ergebnisse sind in den Tabellen 7.10 und 7.11 gezeigt. In Abbildung 7.9 ist die Energieverteilung dieser Konfiguration im Vergleich zu der des OPERA – Bricks und der Warwick – Vergleichsabschirmung dargestellt. Gerade für Energien kleiner als 10 MeV liefert diese Konfiguration nochmals eine Verbesserung des Untergrunds im Vergleich zum OPERA – Brick.

Tabelle 7.10: Gezeigt werden die erhaltenen absoluten Werte für eine Auswahl der Brick – Abschirmungen.

Abschirmung	N_{sim}	N_{reg}	N_{regROI}
beste Abschirmung 1500 μm Pb – 305 μm B30PE	$2,54 \cdot 10^6 \pm 1592$	1026 ± 32	4 ± 2
OPERA – Brick	$2,52 \cdot 10^6 \pm 1586$	3138 ± 56	15 ± 4
PLi3-PES8-Em4-Pb38	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	7084 ± 84	41 ± 6

Tabelle 7.11: Gezeigt werden $P_{reg/sim}$, $t_{Messzeit}$ und B für eine Auswahl der Brick – Abschirmungen.

Abschirmung	$P_{reg/sim}$ [%]	$t_{Messzeit}$ [yr]	B $\left[\frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}\right]$
beste Abschirmung 1500 μm Pb-305 μm B30PE	$0,040 \pm 0,001$	28 ± 7	$(2 \pm 1) \cdot 10^{-6}$
OPERA – Brick	$0,125 \pm 0,002$	28 ± 7	$(7 \pm 4) \cdot 10^{-6}$
PLi3-PES8-Em4-Pb38	$0,701 \pm 0,008$	11 ± 3	$(50 \pm 5) \cdot 10^{-6}$

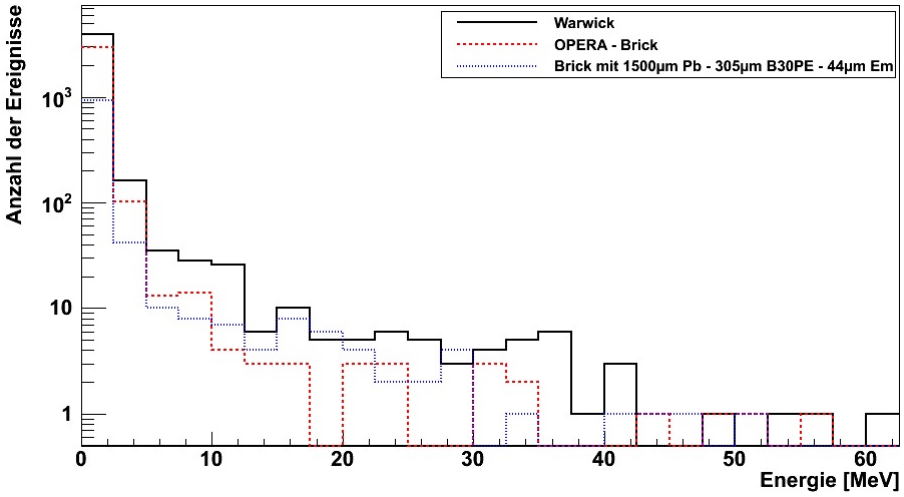


Abbildung 7.9: Gezeigt wird die Energieverteilung der OPERA – Brick – Abschirmung (rote, gestrichelte Linie) und der besten Brick – Abschirmung (blaue, gepunktete Linie) im Vergleich zur Warwick – Abschirmung (schwarze, durchgezogene Linie).

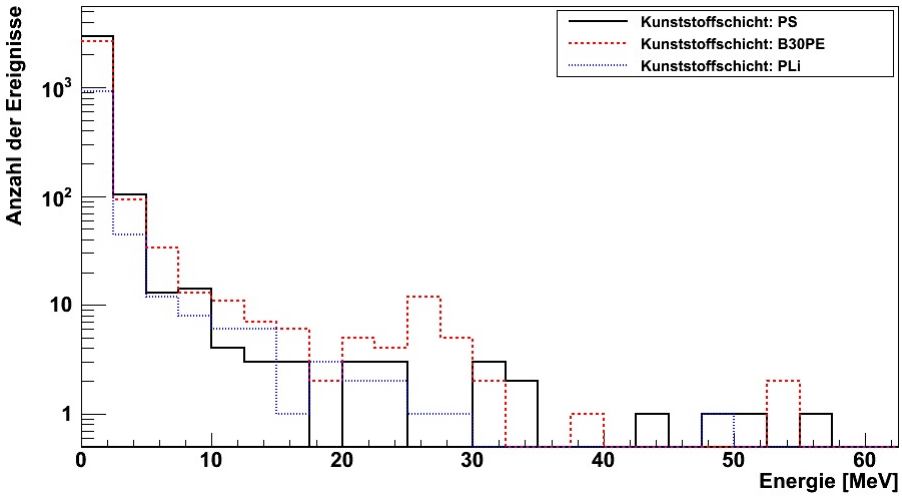


Abbildung 7.10: Gezeigt wird die Energieverteilung von drei Brick – Abschirmung mit unterschiedlichen Materialien der Kunststoffschicht: Polystyren (schwarze, durchgezogene Linie), Bor – dotiertes Polyethylen (rote, gestrichelte Linie) und Lithium – dotiertes Polyethylen (blaue, gepunktete Linie).

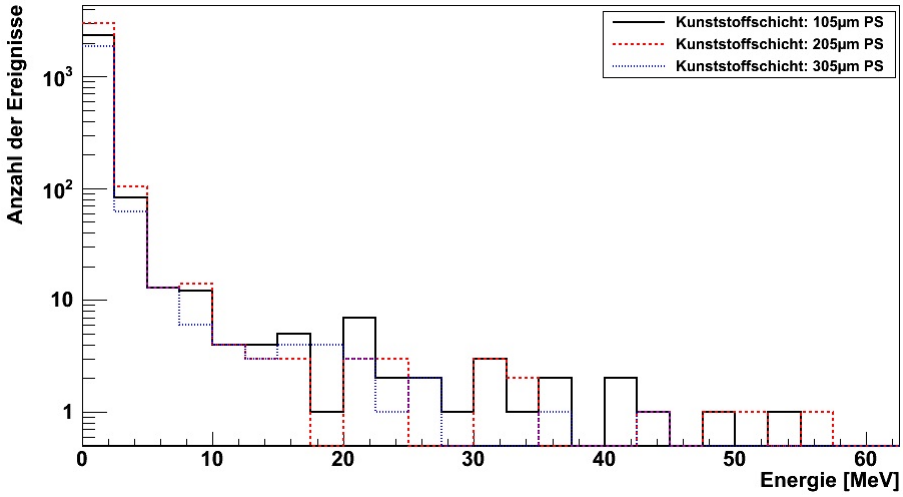


Abbildung 7.11: Gezeigt wird die Energieverteilung von drei Brick – Abschirmung mit unterschiedlichen Dicken der Kunststoffschicht: 105 μm (schwarze, durchgezogene Linie), 205 μm (rote, gestrichelte Linie) und 305 μm (blaue, gepunktete Linie).

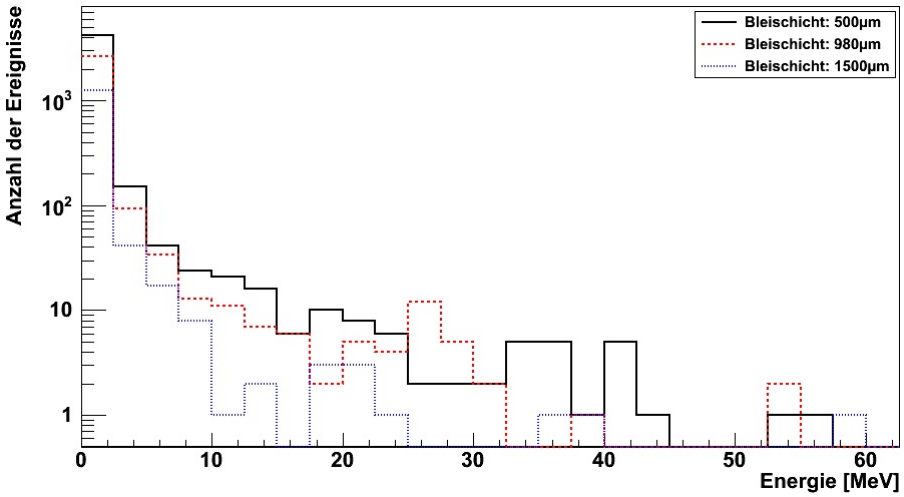


Abbildung 7.12: Gezeigt wird die Energieverteilung von drei Brick – Abschirmung mit unterschiedlichen Dicken der Bleischicht: 500 μm (schwarze, durchgezogene Linie), 980 μm (rote, gestrichelte Linie) und 1500 μm (blaue, gepunktete Linie).

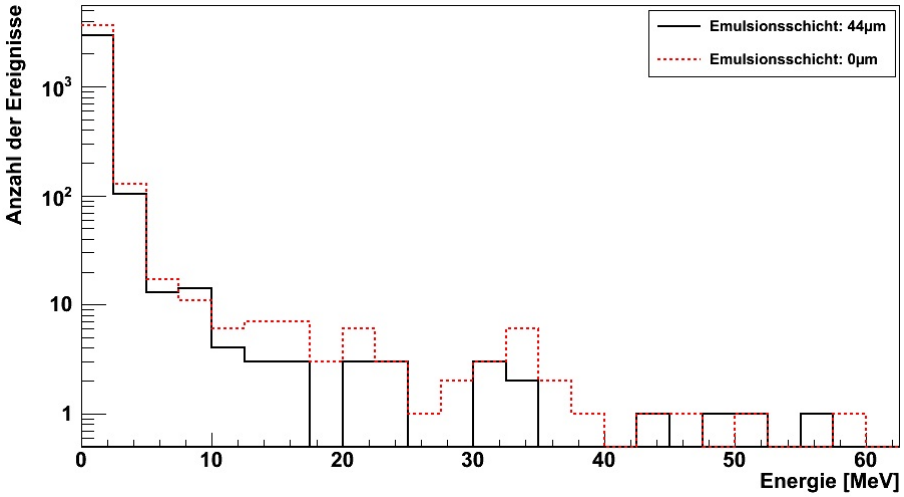


Abbildung 7.13: Gezeigt wird die Energieverteilung von drei Brick – Abschirmung mit unterschiedlichen Dicken der Emulsionsschicht: 44 μm (schwarze, durchgezogene Linie), 0 μm (rote, gestrichelte Linie).

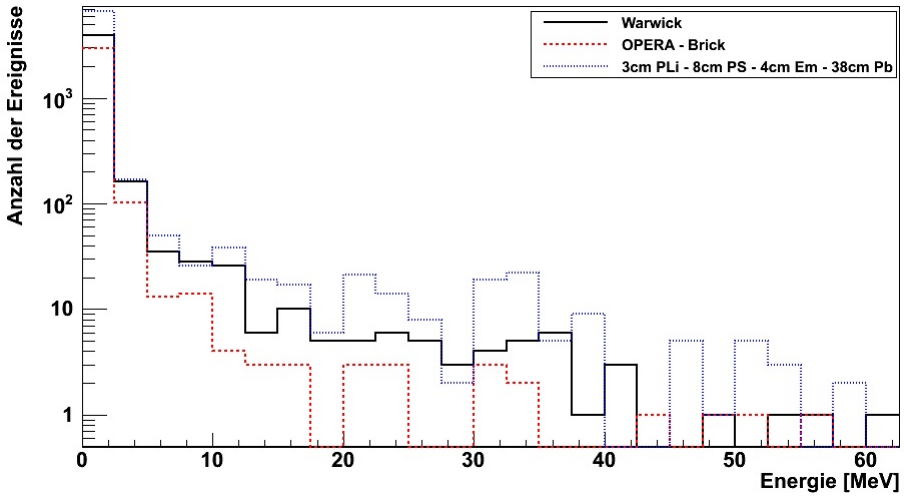


Abbildung 7.14: Gezeigt wird die Energieverteilung der Multi – Layer – Konfiguration mit den Materialien des OPERA – Bricks (blaue, gepunktete Linie) im Vergleich zur Warwick – Abschirmung (schwarze, durchgezogene Linie) und der OPERA – Brick – Abschirmung (rote, gestrichelte Linie).

7.6 Auswertung: Tank – Abschirmung

Für die Tank – Abschirmung wurden Wassertanks mit einer Breite von 0,5 m, 1,0 m und 2,0 m simuliert. Die Ergebnisse der Tank – Abschirmung sind in Tabelle 7.12 und in Tabelle 7.13 dargestellt. In Abbildung 7.16 sind die Energieverteilungen der Tankabschirmungen im Vergleich dargestellt. Zwischen den Tanks mit Breiten von 0,5 m bzw. 1,0 m ist kein wesentlicher Unterschied zu erkennen. Erst ab einer Breite von 2 m wird der Untergrund um knapp eine Größenordnung reduziert. In Abbildung 7.16 ist die Energieverteilung des 2 m Wassertanks im Vergleich zur Warwick – Vergleichsabschirmung dargestellt. Eine Verringerung des Untergrundes ist zu erkennen. Sie beträgt ca. eine halbe Größenordnung. Der Untergrund wird auf einen Wert von $(25 \pm 7) \cdot 10^{-6}\ \frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}$ reduziert, was einer Verbesserung von $14 \pm 6\%$ entspricht. Zu Beachten ist, dass die Fläche, auf der die Neutronen bei der Tank – Abschirmung simuliert werden, um einen Faktor 4 größer ist. Dies wurde in Abbildung 7.16 und bei der Berechnung der Messzeit $t_{Messzeit}$ und der Untergrundrate B berücksichtigt.

Tabelle 7.12: Gezeigt werden die erhaltenen absoluten Werte für die Tank – Abschirmungen.

Abschirmung	N_{sim}	N_{reg}	N_{regROI}
Tank 0,5 m	$2,01 \cdot 10^6 \pm 1418$	7490 ± 87	56 ± 7
Tank 1,0 m	$2,01 \cdot 10^6 \pm 1418$	4897 ± 70	13 ± 4
Tank 2,0 m	$2,01 \cdot 10^6 \pm 1418$	1679 ± 41	10 ± 3

Tabelle 7.13: Gezeigt werden $P_{reg/sim}$, $t_{Messzeit}$ und B für die Tank – Abschirmungen.

Abschirmung	$P_{reg/sim}$ [%]	$t_{Messzeit}$ [yr]	$B\ \left[\frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}\right]$
Tank 0,5 m	$0,373 \pm 0,004$	6 ± 1	$(138 \pm 26) \cdot 10^{-6}$
Tank 1,0 m	$0,244 \pm 0,003$	6 ± 1	$(32 \pm 8) \cdot 10^{-6}$
Tank 2,0 m	$0,084 \pm 0,002$	6 ± 1	$(25 \pm 7) \cdot 10^{-6}$

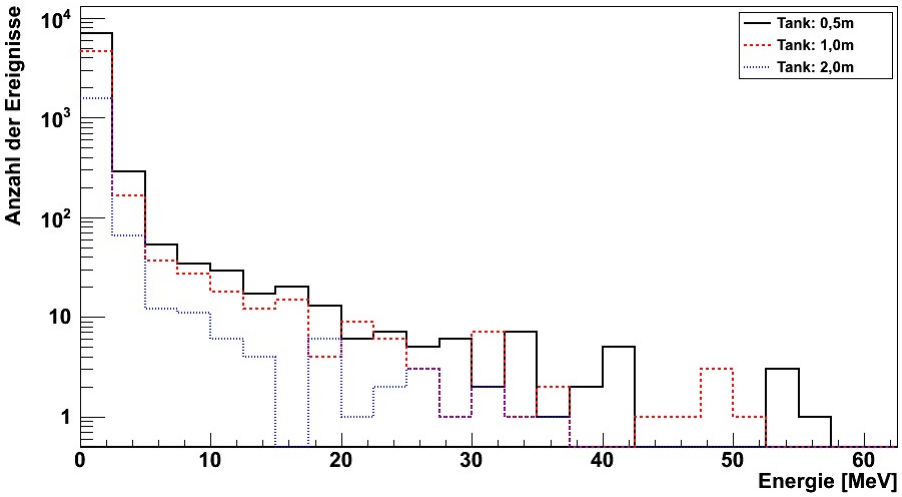


Abbildung 7.15: Gezeigt werden die Energieverteilungen der Tank – Abschirmungen: 0,5 m (schwarze, durchgezogenen Linie), 1,0 m (rote, gestrichelte Linie), 2,0 m (blaue, gepunktete Linie).

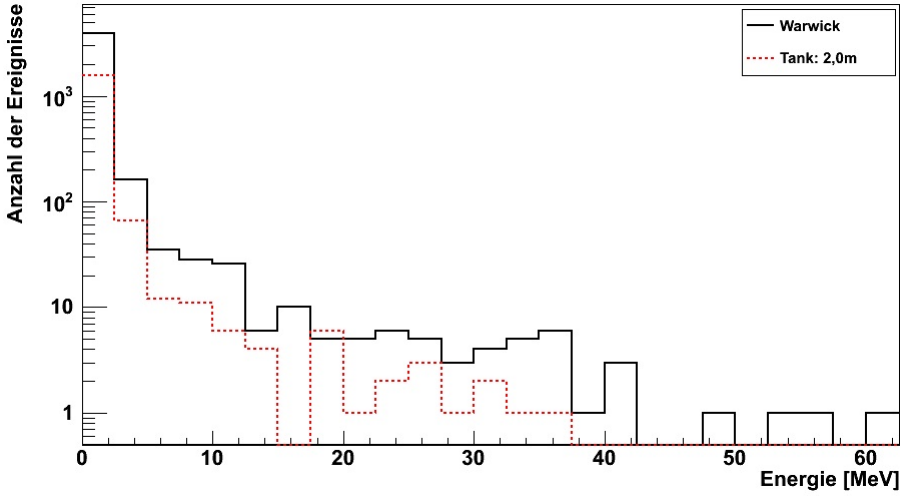


Abbildung 7.16: Gezeigt werden die Energieverteilungen der Tank – Abschirmungen mit einem 2,0 m großen Tank (rote, gestrichelte Linie) im Vergleich zur Warwick – Abschirmung(schwarze, durchgezogenen Linie).

7.7 Vergleich der besten Abschirmungen

Im letzten Abschnitt dieses Kapitels sollen jeweils die beste Abschirmung aus den drei Bereichen Multi – Layer–, Brick– und Tank – Abschirmung miteinander verglichen werden.
Dazu wurden, um die Statistik zu erhöhen, weitere Simulationen durchgeführt und N_{sim} auf ungefähr $(6-7)\cdot 10^6$ erhöht. Die Ergebnisse sind in Tabelle 7.14 und 7.15 zusammengefasst. In Tabelle 7.14 ist auch der dritte Cut für die deponierte Energie mit angegeben, jedoch ist zu erkennen, dass eine Rate von $(6-7)\cdot 10^6$ simulierten Neutronen nicht ausreicht, damit $N_{regROIse}$ sinnvoll betrachtet werden kann.
Es ist auch hier zu beachten, dass die Fläche, auf der die Neutronen für die Tank – Abschirmung simuliert wurden, um einen Faktor 4 größer ist. Dies wurde in Abbildung 7.17, der Berechnung der Messzeit $t_{Messzeit}$ und der Untergrundrate B berücksichtigt.
Als beste Abschirmung erweist sich die Brick – Abschirmung mit 1500 μm Pb und 305 μm B30PE mit 18 ± 4 Ereignissen nach $7,54\cdot 10^6 \pm 2745$ simulierten Neutronen. Dies entspricht einer Untergrundrate von $B = (3\pm 1)\cdot 10^{-6}\,\frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}$, was einer Verbesserung von $90 \pm 4\%$ im Vergleich zur Warwick – Abschirmung entspricht.
In Abbildung 7.17 sind die Energieverteilungen der drei besten Abschirmungen dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Brick – Abschirmung bis ca. 40 MeV unterhalb der anderen beiden verläuft und besonders im Bereich der Energien kleiner als 10 MeV weniger Untergrund verzeichnet.

Tabelle 7.14: Gezeigt werden die erhaltenen absoluten Werte für die besten Abschirmungen der drei Konzepte

Abschirmung	N_{sim}	N_{reg}	N_{regROI}	$N_{regROIse}$
Multi – Layer – Abschirmung mit Cu als innere Schicht PLi10-B30PE10-Cu10-Fe30	$6,02\cdot 10^6 \pm 2454$	7126 ± 84	37 ± 6	1 ± 1
Brick – Abschirmung 1500 μm Pb-305 μm B30PE	$7,54\cdot 10^6 \pm 2745$	2843 ± 53	18 ± 4	1 ± 1
Tank – Abschirmung Tank 2,0 m	$6,40\cdot 10^6 \pm 2530$	4755 ± 69	27 ± 5	1 ± 1

Tabelle 7.15: Gezeigt werden $P_{reg/sim}$, $t_{Messzeit}$ und B für die besten Abschirmungen der drei Konzepte

Abschirmung	$P_{reg/sim}$ [%]	$t_{Messzeit}$ [yr]	B $\left[\frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}\right]$
Multi – Layer – Abschirmung mit Cu als innere Schicht PLi10-B30PE10-Cu10-Fe30	$0,118 \pm 0,001$	66 ± 16	$(8 \pm 2) \cdot 10^{-6}$
Brick – Abschirmung 1500 μm Pb-305 μm B30PE	$0,038 \pm 0,001$	83 ± 20	$(3 \pm 1) \cdot 10^{-6}$
Tank – Abschirmung Tank 2,0 m	$0,074 \pm 0,001$	18 ± 4	$(21 \pm 7) \cdot 10^{-6}$

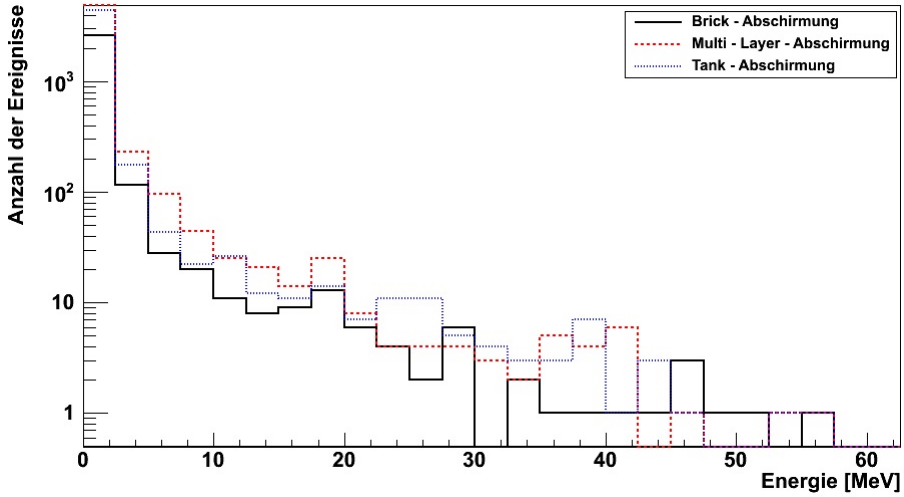


Abbildung 7.17: Energieverteilung der drei besten Abschirmungen aus des drei Konzepten: Brick – Abschirmung (schwarze, durchgezogenge Linie), Multi – Layer – Abschirmung (rote, gestrichelte Linie) und Tank – Abschirmung (blaue, gepunktete Linie).

Kapitel 8

Zusammenfassung

Innerhalb dieser Diplomarbeit wurde eine auf Monte – Carlo – Simulationen basierte Studie für die Entwicklung einer Abschirmung für das COBRA – Experiment durchgeführt. Das COBRA – Experiment befindet sich momentan in der R&D – Phase. Die Simulationen wurden allerdings für den geplanten gesamten Aufbau aus 64000 Detektoren erstellt. Ziel war es, die Untergrundrate im Vergleich zur Abschirmung der Universität Warwick (Warwick – Abschirmung) zu reduzieren, bzw. einen einfacheren Aufbau zu ermitteln, und dabei die gleiche Untergrundrate zu erreichen. Die Untergrundrate für die Warwick – Abschirmung beträgt $(2,9 \pm 0,6) \cdot 10^{-5}\,\frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}$.
Es wurden insgesamt vier Konzepte und verschiedene Materialien für eine Abschirmung getestet. Zunächst wurden Abschirmungen mit nur einem Material (Single – Layer – Abschirmung) in unterschiedlichen Dicken (30 cm, 50 cm und 70 cm) untersucht. Aus diesem Bereich haben alle Abschirmungen im Vergleich zur Warwick – Abschirmung eine höhere Untergrundrate erzielt.
Für das nächste getestete Konzept einer Abschirmung wurden drei bis vier Materialien (Multi – Layer – Abschirmung) in Kombination verwendet. Zusätzlich wurde die innere Schicht, die die Detektorkammer umhüllt und zunächst aus Blei besteht, durch Kupfer und Lithium – dotiertes Polyethylen ersetzt. Als beste Lösung stellte sich aus diesem Bereich eine Abschirmung aus 10 cm Lithium – dotiertem Polyethylen, 10 cm Bor – dotiertem Polyethylen, 10 cm Kupfer, 30 cm Eisen und zusätzlich nochmals Kupfer als innerer Schicht heraus. Die Untergrundrate beträgt hierbei $(8 \pm 2) \cdot 10^{-6}\,\frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}$, was einer Verbesserung von $(92 \pm 6)\%$ im Vergleich zur Warwick – Abschirmung entspricht.
Das dritte Konzept bestand darin, aus sieben Bricks des OPERA – Experiments in Verbindung mit einer 3 cm dicken Schicht aus Lithium – dotiertem Polyethylen (Brick – Abschirmung) eine Abschirmung aufzubauen. Hier wurden zunächst allgemein die Abschirmeigenschaften des OPERA – Bricks getestet. So wurden die Materialien der Kunststoffschicht gewechselt, die Dicken der Blei– und der Kunststoffschicht variiert und die Emulsionsschicht weggelassen. Zusätzlich wurde eine Multi – Layer – Konfiguration mit den Materialien des OPERA – Bricks untersucht. Aus den Ergebnissen kann man schließen, dass die Emulsionsschicht nur bedingt einen Einfluss auf die Untergrundrate besitzt. Auch durch die Änderung

des Materials und der Dicke der Kunststoffschicht konnte die Untergrundrate nicht weiter reduziert werden. Dagegen bewirkt eine größere Dicke der Bleischicht eine niedrigere Untergrundrate. Im Vergleich der Multi – Layer – Konfiguration mit den Materialien des OPERA – Bricks und dem OPERA – Brick selbst, kann festgehalten werden, dass der Aufbau bzw. die Struktur der Abschirmung entscheidend ist. Die feinere Struktur der Bricks bewirkt eine weitaus bessere Abschirmung. So beträgt die Untergrundrate für die OPERA – Brick – Abschirmung $(7 \pm 4) \cdot 10^{-6}\,\frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}$, während sie für die Multi – Layer – Konfiguration mit den OPERA – Brick – Materialien $(5,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-5}\,\frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}$ ist. Die beste Abschirmung aus dem Bereich der Brick – Abschirmung besteht aus 1500 μm Blei und 305 μm Bor – dotiertem Polyethylen und 44 μm Emulsion mit einer Untergrundrate von $(3 \pm 1) \cdot 10^{-6}\,\frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}$, was einer Verbesserung von $(98 \pm 2)\%$ gegenüber der Warwick – Abschirmung entspricht. Für das vierte untersuchte Konzept einer Abschirmung wurde ein Wassertank in verschiedenen Breiten (0,5 m, 1,0 m und 2,0 m) um den gesamten Aufbau simuliert. Die Untergrundrate konnte mit einem 2,0 m breiten Wassertank auf $(2,0 \pm 0,7) \cdot 10^{-5}\,\frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}$ reduziert werden und liegt damit in der Größenordnung der Warwick – Abschirmung.

Zusammengefasst kann man festhalten, dass das gesetzte Ziel erreicht wurde. Zum einen wurde mit der Multi – Layer – Abschirmung eine Variante gefunden, die einfacher als die Warwick – Abschirmung aufgebaut ist und dazu die Untergrundrate noch weiter reduziert. Zum anderen konnte mit der Brick – Abschirmung eine weitere Variante gefunden werden, die ähnlich kompliziert aufgebaut ist, aber im Vergleich der Untergrundraten eine Verbesserung erreicht.
Trotzdem sind weitere Untersuchungen notwendig, da die statistischen Fehler noch relativ groß sind und diese nur durch weitere Simulationen bzw. einer höheren Statistik verringert werden können. Des Weiteren verursachen nicht nur hochenergetische Neutronen Untergrundereignisse, sondern auch thermische Neutronen aus radioaktiven Prozessen (zum Beispiel aus Zerfällen von Uran und Thorium). Darüberhinaus müssen weitere Untergrundquellen, wie Myonen, herangezogen werden, um die Abschirmung zu testen, und zum Beispiel durch ein aktives Veto zu erweitern, damit letztendlich die gesamte Untergrundrate auf das gewünschte Niveau reduziert.

Anhang A

Daten zu den verwendeten Materialien

Tabelle A.1: Gezeigt wird die Zusammensetzung der verwendeten Abschirmmaterialien in der Simulation.

Material	Elemente	Anteil [%]	Dichte [$\frac{g}{cm^3}$]
Cadimuntellurid (CdTe)			5,78
	Cadmium	50,0	
	Tellur	50,0	
Gadoliniumoxid (Gd_2O_3)			7,41
	Gadolinium	40,0	
	Sauerstoff	60,0	
Lithiumfluorid (LiF)			2,635
	Lithium	50,0	
	Fluor	50,0	
Polyethylen (C_1H_2)			0,92
	Kohlenstoff	33,3	
	Wasserstoff	66,6	
Paraffin (C_1H_2)			1,17
	Kohlenstoff	33,3	
	Wasserstoff	66,6	
Lithium dotiertes Polyethylen			1,06
	Kohlenstoff	30,83	
	Wasserstoff	61,67	
	Lithium	7,5	
flexibles Bor			1,64
	Silicium	24,67	
	Sauerstoff	49,33	
	Bor	26,0	

Bismut dotiertes Polyethylen			3,0
	Kohlenstoff	31,85	
	Wasserstoff	63,69	
	Bismut	4,46	
Bor dotiertes Polyehtylen			2,52
	Kohlenstoff	29,97	
	Wasserstoff	59,94	
	Bor	10,09	
Wasser (H_2O)			1,0
	Wasserstoff	66,6	
	Sauerstoff	33,3	
Emulsion			2,7088
	Wasserstoff	2,4	
	Kohlenstoff	13,0	
	Stickstoff	4,81	
	Sauersatoff	12,48	
	Natrium	0,08	
	Silicium	0,08	
	Schwefel	0,09	
	Brom	27,86	
	Strontium	0,02	
	Silber	38,34	
	Iod	0,81	
	Barium	0,01	
Polystyrene			1,1919
	Sauerstoff	22,35	
	Kohlenstoff	32,94	
	Wasserstoff	44,71	
Delrin			1,411
	Sauerstoff	25,0	
	Kohlenstoff	25,0	
	Wasserstoff	50,0	
Flüssigszintillator (Aggregatzustand flüssig gesetzt)			0,874
	Kohlenstoff	45,25	
	Wasserstoff	54,75	
Kupfer			8,96
Blei			11,35
Eisen			7,874
Stickstoff (Aggregatzustand: gasförmig gesetzt, Temperatur: 330 K, Druck: 98,0665 kPa)			1,251

Tabelle A.2: Gezeigt werden die Wirkungsquerschnitte σ_s und σ_a für die verwendeten Elemente / Isotope. Dabei sind σ_s der totale Wirkungsquerschnitt für Streuungen und σ_a der Wikungsquerschnitt für die Absorption von Neutronen mit einer Geschwindigkeit von $2200\frac{m}{s}$ [Sea92].

Element	Isotop	σ_s [barn]	σ_a [barn]
Wasserstoff		$82,02 \pm 0,06$	$0,3326 \pm 0,0007$
	^{1}H	$82,03 \pm 0,06$	$0,3326 \pm 0,0007$
	^{2}H	$7,64 \pm 0,03$	$0,000519 \pm 0,000007$
	^{3}H	$3,03 \pm 0,05$	0
Lithium		$1,37 \pm 0,03$	$70,5 \pm 0,3$
	^{6}Li	$0,97 \pm 0,07$	940 ± 4
	^{7}Li	$1,40 \pm 0,03$	$0,0454 \pm 0,0003$
Bor		$5,24 \pm 0,11$	767 ± 8
	^{10}B	$3,1 \pm 0,4$	3835 ± 9
	^{11}B	$5,8 \pm 0,1$	$0,006 \pm 0,003$
Kohlenstoff		$5,551 \pm 0,003$	$0,00350 \pm 0,00007$
	^{12}C	$5,559 \pm 0,003$	$0,00353 \pm 0,00007$
	^{13}C	$4,8 \pm 0,1$	$0,00137 \pm 0,00004$
Eisen		$11,6 \pm 0,1$	$2,56 \pm 0,03$
	^{54}Fe	$2,2 \pm 0,1$	$2,3 \pm 0,2$
	^{55}Fe	$12,42 \pm 0,07$	$2,6 \pm 0,1$
	^{56}Fe	$1,0 \pm 0,3$	$2,5 \pm 0,3$
	^{57}Fe	28 ± 26	$1,28 \pm 0,05$
Kupfer		$8,03 \pm 0,03$	$3,78 \pm 0,02$
	^{63}Cu	$5,2 \pm 0,2$	$4,50 \pm 0,02$
	^{64}Cu	$14,5 \pm 0,5$	$2,17 \pm 0,03$
Cadmium		$6,5 \pm 0,1$	2520 ± 50
	^{106}Cd	3 ± 2	1,0
	^{108}Cd	$3,7 \pm 0,1$	$1,1 \pm 0,3$
	^{110}Cd	$4,4 \pm 0,1$	11 ± 1
	^{111}Cd	$5,6 \pm 4$	24 ± 3
	^{112}Cd	$5,1 \pm 0,2$	$2,2 \pm 0,5$
	^{113}Cd	$12,4 \pm 0,5$	20600 ± 400
	^{114}Cd	$7,1 \pm 0,2$	$0,34 \pm 0,02$
	^{116}Cd	$5,0 \pm 0,2$	$0,08 \pm 0,01$
Gadolinium		180 ± 2	49700 ± 125
	^{152}Gd	13 ± 8	735 ± 20
	^{154}Gd	13 ± 8	85 ± 12
	^{155}Gd	66 ± 6	61100 ± 400
	^{156}Gd	$5,0 \pm 0,6$	$1,5 \pm 1,2$
	^{157}Gd	1044 ± 8	259000 ± 700
	^{158}Gd	10 ± 5	$2,2 \pm 0,2$
	^{159}Gd	$10,5 \pm 0,1$	$0,77 \pm 0,02$
Blei		$11,118 \pm 0,007$	$0,171 \pm 0,002$
	^{204}Pb	$12,3 \pm 0,2$	$0,65 \pm 0,07$
	^{206}Pb	$10,68 \pm 0,12$	$0,0300 \pm 0,0308$
	^{207}Pb	$10,82 \pm 0,09$	$0,699 \pm 0,010$
	^{208}Pb	$11,34 \pm 0,05$	$0,00048 \pm 0,00003$

Anhang B

Detailierte Darstellung der Abschirmungen

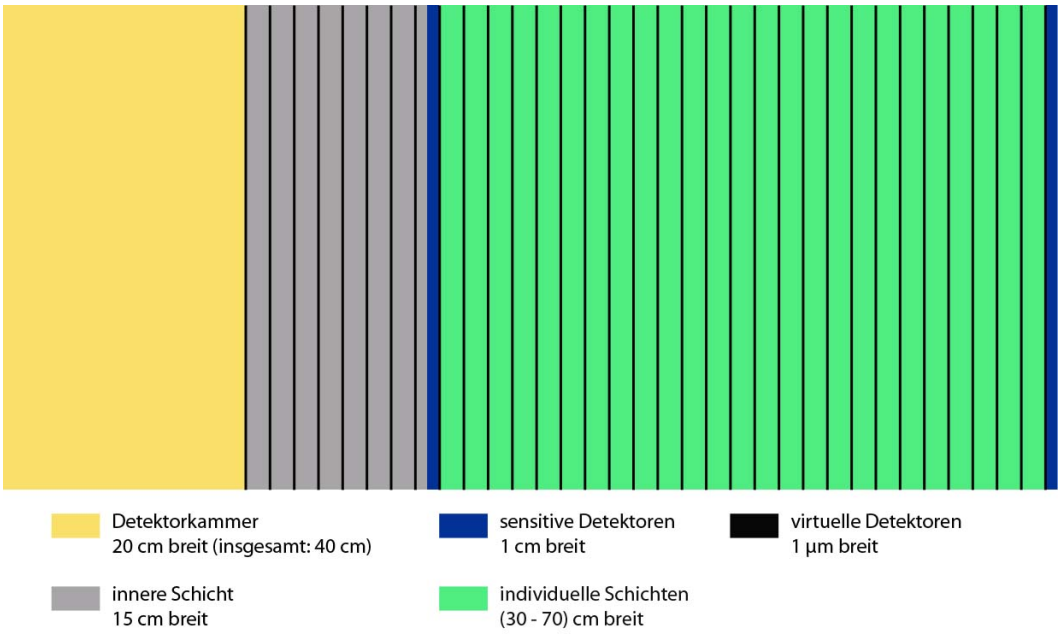


Abbildung B.1: Dargestellt ist ein maßstabsgetreuer Ausschnitt des schematischen Aufbaus der Abschirmung mit virtuellen Detektoren.

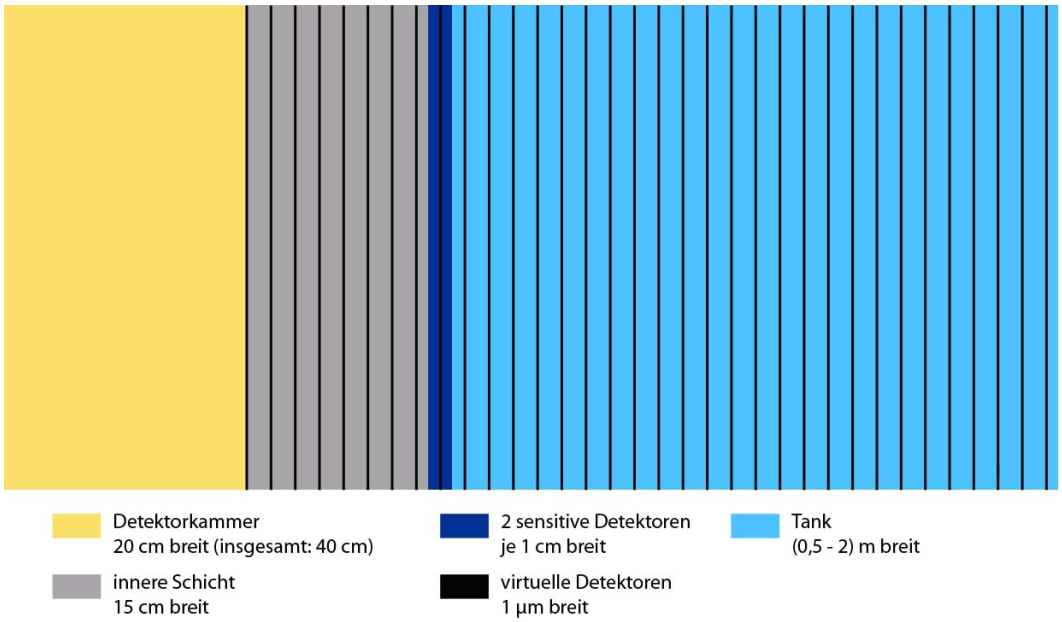


Abbildung B.2: Dargestellt ist ein maßstabsgetreuer Ausschnitt des schematischen Aufbaus der Abschirmung mit Tank und virtuellen Detektoren.

Anhang C

Zusatztabellen für die Auswertung

Nachfolgend werden die Datentabellen für die verschiedenen Abschirmungen dargestellt. Dabei ist darauf zu achten, dass die Dicke der jeweiligen Materialschicht nach der Abkürzung des Materials in cm angegeben ist, wie zum Beispiel:

Abkürzung	Bedeutung
B30PE50	50 cm B30PE
Fe30	30 cm Fe

Eine Ausnahme bildet Cadmium, dass lediglich eine Dicke von 2 mm besitzt und daher mit „Cd2mm“ angegeben wird.

Tabelle C.1: Gezeigt werden die erhaltenen absoluten Werte für die Single – Layer Abschirmungen.

Abschirmung	N_{sim}	N_{reg}	N_{regROI}
B30PE30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	40418 ± 201	235 ± 15
B30PE50	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	38528 ± 196	222 ± 15
B30PE70	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	40683 ± 202	225 ± 15
BiPE30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	41670 ± 204	256 ± 16
BiPE50	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	39877 ± 200	193 ± 14
BiPE70	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	40413 ± 201	223 ± 15
Cu30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	39812 ± 200	217 ± 15
Cu50	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	41675 ± 204	249 ± 16
Cu70	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	39424 ± 199	216 ± 15
FB30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	39766 ± 199	200 ± 14
FB50	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	40977 ± 202	197 ± 14
FB70	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	41209 ± 203	235 ± 15
Fe30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	41299 ± 203	199 ± 14
Fe50	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	38275 ± 196	180 ± 13
Fe70	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	39715 ± 199	226 ± 15
Pb30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	38926 ± 197	218 ± 15
Pb50	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	42627 ± 206	223 ± 15
Pb70	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	39526 ± 199	213 ± 15
LiF30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	39019 ± 198	187 ± 14
LiF50	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	40902 ± 202	243 ± 16
LiF70	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	41395 ± 203	212 ± 15
LScint30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	39696 ± 199	222 ± 15
LScint50	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	43329 ± 208	240 ± 15
LScint70	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	41214 ± 203	182 ± 13
Paraffin30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	8253 ± 91	49 ± 7
Paraffin50	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	8584 ± 93	40 ± 6
Paraffin70	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	7961 ± 89	41 ± 6
PE30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	40302 ± 201	257 ± 16
PE50	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	38894 ± 197	208 ± 14
PE70	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	39170 ± 198	227 ± 15
PLi30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	39812 ± 200	194 ± 14
PLi50	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	39929 ± 200	193 ± 14
PLi70	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	37300 ± 193	188 ± 14

Tabelle C.2: Gezeigt werden $P_{reg/sim}$ und B für die Single – Layer Abschirmungen.

Abschirmung	$P_{reg/sim}$ [%]	B $\left[\frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}\right]$
B30PE30	$4,00 \pm 0,02$	$(2,9 \pm 0,8) \cdot 10^{-4}$
B30PE50	$3,81 \pm 0,02$	$(2,7 \pm 0,9) \cdot 10^{-4}$
B30PE70	$4,03 \pm 0,02$	$(2,8 \pm 0,9) \cdot 10^{-4}$
BiPE30	$4,13 \pm 0,02$	$(3 \pm 1) \cdot 10^{-4}$
BiPE50	$3,95 \pm 0,02$	$(2,4 \pm 0,8) \cdot 10^{-4}$
BiPE70	$4,00 \pm 0,02$	$2,7 \pm 0,9) \cdot 10^{-4}$
Cu30	$3,94 \pm 0,02$	$(2,7 \pm 0,8) \cdot 10^{-4}$
Cu50	$4,13 \pm 0,02$	$(3,0 \pm 0,9) \cdot 10^{-4}$
Cu70	$3,90 \pm 0,02$	$(2,6 \pm 0,8) \cdot 10^{-4}$
FB30	$3,94 \pm 0,02$	$(2,5 \pm 0,8) \cdot 10^{-4}$
FB50	$4,06 \pm 0,02$	$(2,4 \pm 0,8) \cdot 10^{-4}$
FB70	$4,08 \pm 0,02$	$(2,9 \pm 0,9) \cdot 10^{-4}$
Fe30	$4,09 \pm 0,02$	$(2,4 \pm 0,8) \cdot 10^{-4}$
Fe50	$3,79 \pm 0,02$	$(2,2 \pm 0,7) \cdot 10^{-4}$
Fe70	$3,93 \pm 0,02$	$(2,8 \pm 0,9) \cdot 10^{-4}$
Pb30	$3,85 \pm 0,02$	$(2,7 \pm 0,8) \cdot 10^{-4}$
Pb50	$4,22 \pm 0,02$	$(2,7 \pm 0,9) \cdot 10^{-4}$
Pb70	$3,91 \pm 0,02$	$(2,6 \pm 0,8) \cdot 10^{-4}$
LiF30	$3,86 \pm 0,02$	$(2,3 \pm 0,7) \cdot 10^{-4}$
LiF50	$4,05 \pm 0,02$	$(3,0 \pm 0,9) \cdot 10^{-4}$
LiF70	$4,10 \pm 0,02$	$(2,6 \pm 0,8) \cdot 10^{-4}$
LScint30	$3,93 \pm 0,02$	$(2,7 \pm 0,9) \cdot 10^{-4}$
LScint50	$4,29 \pm 0,02$	$(2,9 \pm 0,9) \cdot 10^{-4}$
LScint70	$4,08 \pm 0,02$	$(2,2 \pm 0,7) \cdot 10^{-4}$
Paraffin30	$0,82 \pm 0,01$	$(0,6 \pm 0,2) \cdot 10^{-4}$
Paraffin50	$0,85 \pm 0,01$	$(0,5 \pm 0,2) \cdot 10^{-4}$
Paraffin70	$0,79 \pm 0,01$	$(0,5 \pm 0,2) \cdot 10^{-4}$
PE30	$3,99 \pm 0,02$	$(3 \pm 1) \cdot 10^{-4}$
PE50	$3,85 \pm 0,02$	$(2,5 \pm 0,8) \cdot 10^{-4}$
PE70	$3,88 \pm 0,02$	$(2,8 \pm 0,9) \cdot 10^{-4}$
PLi30	$3,94 \pm 0,02$	$(2,4 \pm 0,8) \cdot 10^{-4}$
PLi50	$3,95 \pm 0,02$	$(2,4 \pm 0,8) \cdot 10^{-4}$
PLi70	$3,69 \pm 0,02$	$(2,3 \pm 0,7) \cdot 10^{-4}$

Tabelle C.3: Gezeigt werden die erhaltenen absoluten Werte für die Multi – Layer – Abschirmungen mit Blei als innerer Schicht.

Abschirmung	N_{sim}	N_{reg}	N_{regROI}
B30PE10-BiPE10-Cu10-Pb30	$3,02 \cdot 10^6 \pm 1738$	6186 ± 79	27 ± 5
B30PE10-BiPE10-Pb30	$3,02 \cdot 10^6 \pm 1738$	12832 ± 113	64 ± 8
B30PE10-LiF10-Cu10-Pb30	$3,02 \cdot 10^6 \pm 1738$	5375 ± 73	37 ± 6
B30PE10-LiF10-Pb30	$3,02 \cdot 10^6 \pm 1738$	13546 ± 116	67 ± 8
B30PE10-Paraffin10-Cu10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	4259 ± 65	20 ± 4
B30PE10-Paraffin10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	9203 ± 96	54 ± 7
B30PE10-PE10-Cu10-Pb30	$3,02 \cdot 10^6 \pm 1738$	6409 ± 80	25 ± 5
B30PE10-PE10-Pb30	$2,55 \cdot 10^6 \pm 1597$	1313 ± 1115	68 ± 8
B30PE10-PLi10-Cu10-Pb30	$1,54 \cdot 10^6 \pm 1241$	2647 ± 51	14 ± 4
B30PE10-PLi10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	8675 ± 93	30 ± 5
Cd2mm-LiF10-Cu10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	16974 ± 130	90 ± 9
Cd2mm-LiF10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	27278 ± 165	146 ± 12
Cd2mm-PLi10-Cu10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	5450 ± 74	32 ± 6
Cd2mm-PLi10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	9471 ± 97	44 ± 7
FB10-B30PE10-Cu10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	3440 ± 59	21 ± 5
FB10-B30PE10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	8050 ± 90	45 ± 7
FB10-BiPE10-Cu10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	4047 ± 64	21 ± 5
FB10-BiPE10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	10722 ± 104	66 ± 8
FB10-LiF10-Cu10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	10182 ± 101	55 ± 7
FB10-LiF10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	19066 ± 138	106 ± 10
FB10-Paraffin10-Cu10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	4310 ± 66	20 ± 4
FB10-Paraffin10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	9972 ± 100	43 ± 7
FB10-PE10-Cu10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	5055 ± 71	27 ± 5
FB10-PE10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	11799 ± 109	56 ± 7
FB10-PLi10-Cu10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	4735 ± 69	22 ± 5
FB10-PLi10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	8067 ± 90	63 ± 8
GdO5-B30PE10-Cu10-Pb30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	2331 ± 48	6 ± 2
GdO5-B30PE10-Pb30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	3870 ± 62	18 ± 4
GdO5-LiF10-Cu10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	13930 ± 118	60 ± 8
GdO5-LiF10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	23986 ± 155	135 ± 12
GdO5-PLi10-Cu10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	4439 ± 67	26 ± 5
GdO5-PLi10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	8869 ± 94	41 ± 6
LiF10-BiPE10-Cu10-Pb30	$2,01 \cdot 10^6 \pm 1418$	4287 ± 65	19 ± 4
LiF10-BiPE10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	10922 ± 105	60 ± 8
LiF10-Paraffin10-Cu10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	4986 ± 71	18 ± 4
LiF10-Paraffin10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	10075 ± 100	61 ± 8
LiF10-PE10-Cu10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	5452 ± 74	34 ± 6
LiF10-PE10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	11166 ± 106	52 ± 7
LiF10-PLi10-Cu10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	3542 ± 60	17 ± 4
LiF10-PLi10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	9193 ± 96	55 ± 7
PLi10-BiPE10-Cu10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	3493 ± 59	13 ± 4
PLi10-BiPE10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	8584 ± 93	61 ± 8
PLi10-LiF10-Cu10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	3584 ± 60	22 ± 5
PLi10-LiF10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	9072 ± 95	47 ± 7
PLi10-Paraffin10-Cu10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	4617 ± 68	34 ± 6
PLi10-Paraffin10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	9456 ± 97	52 ± 7
PLi10-PE10-Cu10-Pb30	$2,01 \cdot 10^6 \pm 1418$	4596 ± 68	27 ± 5
PLi10-PE10-Pb30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	9953 ± 100	61 ± 8

Tabelle C.4: Gezeigt werden $P_{reg/sim}$, $t_{Messzeit}$ und B für die Multi – Layer – Abschirmungen mit Blei.

Abschirmung	$P_{reg/sim}$ [%]	$t_{Messzeit}$ [yr]	$B\left[\frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}\right]$
B30PE10-BiPE10-Cu10-Pb30	$0,205 \pm 0,003$	33 ± 8	$(1,1 \pm 0,3) \cdot 10^{-5}$
B30PE10-BiPE10-Pb30	$0,425 \pm 0,004$	33 ± 8	$(2,6 \pm 0,7) \cdot 10^{-5}$
B30PE10-LiF10-Cu10-Pb30	$0,178 \pm 0,002$	33 ± 8	$(1,5 \pm 0,5) \cdot 10^{-5}$
B30PE10-LiF10-Pb30	$0,449 \pm 0,004$	33 ± 8	$(2,7 \pm 0,8) \cdot 10^{-5}$
B30PE10-Paraffin10-Cu10-Pb30	$0,211 \pm 0,003$	22 ± 5	$(1,2 \pm 0,4) \cdot 10^{-5}$
B30PE10-Paraffin10-Pb30	$0,456 \pm 0,005$	22 ± 5	$(3,3 \pm 0,9) \cdot 10^{-5}$
B30PE10-PE10-Cu10-Pb30	$0,212 \pm 0,003$	33 ± 8	$(1,0 \pm 0,3) \cdot 10^{-5}$
B30PE10-PE10-Pb30	$0,515 \pm 0,005$	28 ± 7	$(3,3 \pm 0,9) \cdot 10^{-5}$
B30PE10-PLi10-Cu10-Pb30	$0,172 \pm 0,003$	17 ± 4	$(1,1 \pm 0,4) \cdot 10^{-5}$
B30PE10-PLi10-Pb30	$0,429 \pm 0,005$	22 ± 5	$(1,8 \pm 0,6) \cdot 10^{-5}$
Cd2mm-LiF10-Cu10-Pb30	$0,840 \pm 0,006$	22 ± 5	$(6 \pm 2) \cdot 10^{-5}$
Cd2mm-LiF10-Pb30	$1,350 \pm 0,008$	22 ± 5	$(9 \pm 2) \cdot 10^{-5}$
Cd2mm-PLi10-Cu10-Pb30	$0,270 \pm 0,004$	22 ± 5	$(2,0 \pm 0,6) \cdot 10^{-5}$
Cd2mm-PLi10-Pb30	$0,469 \pm 0,005$	22 ± 5	$(2,7 \pm 0,8) \cdot 10^{-5}$
FB10-B30PE10-Cu10-Pb30	$0,170 \pm 0,003$	22 ± 5	$(1,2 \pm 0,4) \cdot 10^{-5}$
FB10-B30PE10-Pb30	$0,399 \pm 0,004$	22 ± 5	$(2,8 \pm 0,8) \cdot 10^{-5}$
FB10-BiPE10-Cu10-Pb30	$0,200 \pm 0,003$	22 ± 5	$(1,3 \pm 0,4) \cdot 10^{-5}$
FB10-BiPE10-Pb30	$0,531 \pm 0,005$	22 ± 5	$(4 \pm 1) \cdot 10^{-5}$
FB10-LiF10-Cu10-Pb30	$0,504 \pm 0,005$	22 ± 5	$(3,4 \pm 9) \cdot 10^{-5}$
FB10-LiF10-Pb30	$0,944 \pm 0,007$	22 ± 5	$(6 \pm 2) \cdot 10^{-5}$
FB10-Paraffin10-Cu10-Pb30	$0,213 \pm 0,003$	22 ± 5	$(1,2 \pm 0,4) \cdot 10^{-5}$
FB10-Paraffin10-Pb30	$0,494 \pm 0,005$	22 ± 5	$(2,6 \pm 0,8) \cdot 10^{-5}$
FB10-PE10-Cu10-Pb30	$0,250 \pm 0,004$	22 ± 5	$(1,7 \pm 0,5) \cdot 10^{-5}$
FB10-PE10-Pb30	$0,584 \pm 0,005$	22 ± 5	$(3,4 \pm 0,9) \cdot 10^{-5}$
FB10-PLi10-Cu10-Pb30	$0,234 \pm 0,003$	22 ± 5	$(1,4 \pm 0,4) \cdot 10^{-5}$
FB10-PLi10-Pb30	$0,399 \pm 0,004$	22 ± 5	$(4 \pm 1) \cdot 10^{-5}$
GdO5-B30PE10-Cu10-Pb30	$0,231 \pm 0,005$	11 ± 3	$(7,3 \pm 4) \cdot 10^{-5}$
GdO5-B30PE10-Pb30	$0,383 \pm 0,006$	11 ± 3	$(2,2 \pm 0,8) \cdot 10^{-5}$
GdO5-LiF10-Cu10-Pb30	$0,690 \pm 0,006$	22 ± 5	$(4 \pm 1) \cdot 10^{-5}$
GdO5-LiF10-Pb30	$1,187 \pm 0,008$	22 ± 5	$(8 \pm 2) \cdot 10^{-5}$
GdO5-PLi10-Cu10-Pb30	$0,220 \pm 0,003$	22 ± 5	$(1,6 \pm 0,5) \cdot 10^{-5}$
GdO5-PLi10-Pb30	$0,439 \pm 0,005$	22 ± 5	$(2,5 \pm 0,7) \cdot 10^{-5}$
LiF10-BiPE10-Cu10-Pb30	$0,213 \pm 0,003$	22 ± 5	$(1,2 \pm 0,4) \cdot 10^{-5}$
LiF10-BiPE10-Pb30	$0,541 \pm 0,005$	22 ± 5	$(4 \pm 1) \cdot 10^{-5}$
LiF10-Paraffin10-Cu10-Pb30	$0,247 \pm 0,003$	22 ± 5	$(1,1 \pm 0,4) \cdot 10^{-5}$
LiF10-Paraffin10-Pb30	$0,499 \pm 0,005$	22 ± 5	$(4 \pm 1) \cdot 10^{-5}$
LiF10-PE10-Cu10-Pb30	$0,270 \pm 0,004$	22 ± 5	$(2,1 \pm 0,6) \cdot 10^{-5}$
LiF10-PE10-Pb30	$0,553 \pm 0,005$	22 ± 5	$(3,2 \pm 0,9) \cdot 10^{-5}$
LiF10-PLi10-Cu10-Pb30	$0,175 \pm 0,003$	22 ± 5	$(1,0 \pm 0,4) \cdot 10^{-5}$
PLi10-BiPE10-Cu10-Pb30	$0,173 \pm 0,003$	22 ± 5	$(8,0 \pm 0,3) \cdot 10^{-5}$
PLi10-BiPE10-Pb30	$0,425 \pm 0,005$	22 ± 5	$(4 \pm 1) \cdot 10^{-5}$
PLi10-LiF10-Cu10-Pb30	$0,177 \pm 0,003$	22 ± 5	$(1,4 \pm 0,4) \cdot 10^{-5}$
PLi10-LiF10-Pb30	$0,449 \pm 0,005$	22 ± 5	$(2,9 \pm 0,8) \cdot 10^{-5}$
PLi10-Paraffin10-Cu10-Pb30	$0,229 \pm 0,003$	22 ± 5	$(2,1 \pm 0,6) \cdot 10^{-5}$
PLi10-Paraffin10-Pb30	$0,468 \pm 0,005$	22 ± 5	$(3,2 \pm 0,9) \cdot 10^{-5}$
PLi10-PE10-Cu10-Pb30	$0,229 \pm 0,003$	22 ± 5	$(1,7 \pm 0,5) \cdot 10^{-5}$
PLi10-PE10-Pb30	$0,493 \pm 0,005$	22 ± 5	$(4 \pm 1) \cdot 10^{-5}$

Tabelle C.5: Gezeigt werden die erhaltenen absoluten Werte für die Multi – Layer – Abschirmungen mit Eisen als innerer Schicht.

Abschirmung	N_{sim}	N_{reg}	N_{regROI}
B30PE10-BiPE10-Cu10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	2927 ± 54	8 ± 3
B30PE10-BiPE10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	6075 ± 78	25 ± 5
B30PE10-LiF10-Cu10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	2960 ± 54	16 ± 4
B30PE10-LiF10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	8051 ± 90	48 ± 7
B30PE10-Paraffin10-Cu10-Fe30	$1,98 \cdot 10^6 \pm 1407$	3155 ± 56	21 ± 5
B30PE10-Paraffin10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	7226 ± 85	41 ± 6
B30PE10-PE10-Cu10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	3690 ± 61	14 ± 4
B30PE10-PE10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	8502 ± 92	42 ± 6
B30PE10-PLi10-Cu10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	3208 ± 57	22 ± 5
B30PE10-PLi10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	6125 ± 78	35 ± 6
FB10-B30PE10-Cu10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	2690 ± 52	16 ± 4
FB10-B30PE10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	7035 ± 84	35 ± 6
FB10-BiPE10-Cu10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	3931 ± 63	27 ± 5
FB10-BiPE10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	7031 ± 84	43 ± 7
FB10-LiF10-Cu10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	5097 ± 71	21 ± 5
FB10-LiF10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	10034 ± 100	66 ± 8
FB10-Paraffin10-Cu10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	3312 ± 58	18 ± 4
FB10-Paraffin10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	7409 ± 86	34 ± 6
FB10-PE10-Cu10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	4037 ± 64	25 ± 5
FB10-PE10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	8277 ± 91	52 ± 7
FB10-PLi10-Cu10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	3462 ± 59	18 ± 4
FB10-PLi10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	7789 ± 88	37 ± 6
LiF10-B30PE10-Cu10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	3204 ± 57	14 ± 4
LiF10-B30PE10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	6456 ± 80	47 ± 7
LiF10-BiPE10-Cu10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	4197 ± 65	18 ± 4
LiF10-BiPE10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	7635 ± 87	35 ± 6
LiF10-Paraffin10-Cu10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	3653 ± 60	19 ± 4
LiF10-Paraffin10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	8495 ± 92	54 ± 7
LiF10-PE10-Cu10-Fe30	$2,01 \cdot 10^6 \pm 1418$	4094 ± 64	12 ± 3
LiF10-PE10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	8848 ± 94	49 ± 7
LiF10-PLi10-Cu10-Fe30	$1,98 \cdot 10^6 \pm 1407$	4074 ± 64	9 ± 3
LiF10-PLi10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	7016 ± 84	17 ± 4
PLi10-B30PE10-Cu10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	2239 ± 47	8 ± 3
PLi10-B30PE10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	5635 ± 75	29 ± 5
PLi10-BiPE10-Cu10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	3304 ± 57	17 ± 4
PLi10-BiPE10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	7060 ± 84	53 ± 7
PLi10-LiF10-Cu10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	3074 ± 55	17 ± 4
PLi10-LiF10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	6271 ± 79	31 ± 6
PLi10-Paraffin10-Cu10-Fe30	$2,01 \cdot 10^6 \pm 1418$	3716 ± 61	33 ± 6
PLi10-Paraffin10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	6606 ± 81	33 ± 6
PLi10-PE10-Cu10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	4162 ± 65	11 ± 3
PLi10-PE10-Fe30	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1421$	9342 ± 97	39 ± 6

Tabelle C.6: Gezeigt werden $P_{reg/sim}$, $t_{Messzeit}$ und B für die Multi – Layer – Abschirmungen mit Eisen.

Abschirmung	$P_{reg/sim}$ [%]	$t_{Messzeit}$ [yr]	B $\left[\frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}\right]$
B30PE10-BiPE10-Cu10-Fe30	$0,145 \pm 0,003$	22 ± 5	$(5 \pm 2) \cdot 10^{-6}$
B30PE10-BiPE10-Fe30	$0,301 \pm 0,004$	22 ± 5	$(15 \pm 5) \cdot 10^{-6}$
B30PE10-LiF10-Cu10-Fe30	$0,147 \pm 0,003$	22 ± 5	$(10 \pm 3) \cdot 10^{-6}$
B30PE10-LiF10-Fe30	$0,399 \pm 0,004$	22 ± 5	$(29 \pm 8) \cdot 10^{-6}$
B30PE10-Paraffin10-Cu10-Fe30	$0,159 \pm 0,003$	22 ± 5	$(13 \pm 4) \cdot 10^{-6}$
B30PE10-Paraffin10-Fe30	$0,358 \pm 0,004$	22 ± 5	$(25 \pm 7) \cdot 10^{-6}$
B30PE10-PE10-Cu10-Fe30	$0,183 \pm 0,003$	22 ± 5	$(9 \pm 3) \cdot 10^{-6}$
B30PE10-PE10-Fe30	$0,421 \pm 0,005$	22 ± 5	$(26 \pm 7) \cdot 10^{-6}$
B30PE10-PLi10-Cu10-Fe30	$0,159 \pm 0,003$	22 ± 5	$(14 \pm 4) \cdot 10^{-6}$
B30PE10-PLi10-Fe30	$0,303 \pm 0,004$	22 ± 5	$(21 \pm 6) \cdot 10^{-6}$
FB10-B30PE10-Cu10-Fe30	$0,133 \pm 0,003$	22 ± 5	$(10 \pm 3) \cdot 10^{-6}$
FB10-B30PE10-Fe30	$0,348 \pm 0,004$	22 ± 5	$(21 \pm 6) \cdot 10^{-6}$
FB10-BiPE10-Cu10-Fe30	$0,195 \pm 0,003$	22 ± 5	$(17 \pm 5) \cdot 10^{-6}$
FB10-BiPE10-Fe30	$0,348 \pm 0,004$	22 ± 5	$(26 \pm 8) \cdot 10^{-6}$
FB10-LiF10-Cu10-Fe30	$0,252 \pm 0,004$	22 ± 5	$(13 \pm 4) \cdot 10^{-6}$
FB10-LiF10-Fe30	$0,497 \pm 0,005$	22 ± 5	$(40 \pm 11) \cdot 10^{-6}$
FB10-Paraffin10-Cu10-Fe30	$0,164 \pm 0,003$	22 ± 5	$(11 \pm 4) \cdot 10^{-6}$
FB10-Paraffin10-Fe30	$0,367 \pm 0,004$	22 ± 5	$(21 \pm 6) \cdot 10^{-6}$
FB10-PE10-Cu10-Fe30	$0,200 \pm 0,003$	22 ± 5	$(15 \pm 5) \cdot 10^{-6}$
FB10-PE10-Fe30	$0,410 \pm 0,005$	22 ± 5	$(32 \pm 9) \cdot 10^{-6}$
FB10-PLi10-Cu10-Fe30	$0,171 \pm 0,003$	22 ± 5	$(11 \pm 4) \cdot 10^{-6}$
FB10-PLi10-Fe30	$0,386 \pm 0,004$	22 ± 5	$(23 \pm 7) \cdot 10^{-6}$
LiF10-B30PE10-Cu10-Fe30	$0,159 \pm 0,003$	22 ± 5	$(9 \pm 3) \cdot 10^{-6}$
LiF10-B30PE10-Fe30	$0,320 \pm 0,004$	22 ± 5	$(29 \pm 8) \cdot 10^{-6}$
LiF10-BiPE10-Cu10-Fe30	$0,208 \pm 0,003$	22 ± 5	$(11 \pm 4) \cdot 10^{-6}$
LiF10-BiPE10-Fe30	$0,378 \pm 0,004$	22 ± 5	$(21 \pm 6) \cdot 10^{-6}$
LiF10-Paraffin10-Cu10-Fe30	$0,181 \pm 0,003$	22 ± 5	$(12 \pm 4) \cdot 10^{-6}$
LiF10-Paraffin10-Fe30	$0,421 \pm 0,005$	22 ± 5	$(33 \pm 9) \cdot 10^{-6}$
LiF10-PE10-Cu10-Fe30	$0,204 \pm 0,003$	22 ± 5	$(7 \pm 3) \cdot 10^{-6}$
LiF10-PE10-Fe30	$0,438 \pm 0,005$	22 ± 5	$(30 \pm 9) \cdot 10^{-6}$
LiF10-PLi10-Cu10-Fe30	$0,206 \pm 0,003$	22 ± 5	$(6 \pm 2) \cdot 10^{-6}$
LiF10-PLi10-Fe30	$0,347 \pm 0,004$	22 ± 5	$(10 \pm 4) \cdot 10^{-6}$
PLi10-B30PE10-Cu10-Fe30	$0,111 \pm 0,002$	22 ± 5	$(5 \pm 2) \cdot 10^{-6}$
PLi10-B30PE10-Fe30	$0,279 \pm 0,004$	22 ± 5	$(18 \pm 5) \cdot 10^{-6}$
PLi10-BiPE10-Cu10-Fe30	$0,164 \pm 0,003$	22 ± 5	$(10 \pm 4) \cdot 10^{-6}$
PLi10-BiPE10-Fe30	$0,350 \pm 0,004$	22 ± 5	$(32 \pm 9) \cdot 10^{-6}$
PLi10-LiF10-Cu10-Fe30	$0,152 \pm 0,003$	22 ± 5	$(10 \pm 4) \cdot 10^{-6}$
PLi10-LiF10-Fe30	$0,310 \pm 0,004$	22 ± 5	$(19 \pm 6) \cdot 10^{-6}$
PLi10-Paraffin10-Cu10-Fe30	$0,185 \pm 0,003$	22 ± 5	$(20 \pm 6) \cdot 10^{-6}$
PLi10-Paraffin10-Fe30	$0,327 \pm 0,004$	22 ± 5	$(20 \pm 6) \cdot 10^{-6}$
PLi10-PE10-Cu10-Fe30	$0,206 \pm 0,003$	22 ± 5	$(7 \pm 3) \cdot 10^{-6}$
PLi10-PE10-Fe30	$0,462 \pm 0,005$	22 ± 5	$(24 \pm 7) \cdot 10^{-6}$

Tabelle C.7: Gezeigt werden die erhaltenen absoluten Werte für die Multi – Layer – Abschirmungen für verschiedene Materialien der inneren Schicht.

Abschirmung	N_{sim}	N_{reg}	N_{regROI}
ohne innere Schicht			
B30PE10-BiPE10-Cu10-Pb30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1.005$	5578 ± 75	15 ± 4
B30PE10-PLi10-Cu10-Pb30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1.005$	10848 ± 104	8 ± 3
B30PE10-LiF10-Cu10-Pb30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1.005$	16580 ± 129	45 ± 7
GdO5-B30PE10-Cu10-Pb30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1.005$	1609 ± 40	9 ± 3
LiF10-Paraffin10-Cu10-Pb30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1.005$	11536 ± 107	27 ± 5
LiF10-PLi10-Cu10-Pb30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1.005$	11171 ± 106	27 ± 5
B30PE10-BiPE10-Cu10-Fe30	940000 ± 970	3255 ± 57	13 ± 4
PLi10-B30PE10-Cu10-Fe30	450000 ± 671	1709 ± 41	12 ± 3
PLi10-LiF10-Cu10-Fe30	990000 ± 995	7856 ± 89	16 ± 4
Cu als innere Schicht			
B30PE10-BiPE10-Cu10-Pb30	$1,00 \cdot 10^6 \pm 1.000$	2066 ± 45	1 ± 1
B30PE10-PLi10-Cu10-Pb30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1.005$	1380 ± 37	7 ± 3
B30PE10-LiF10-Cu10-Pb30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1.005$	1772 ± 42	5 ± 2
GdO5-B30PE10-Cu10-Pb30	$1,10 \cdot 10^6 \pm 1.049$	1722 ± 41	6 ± 2
LiF10-Paraffin10-Cu10-Pb30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1.005$	1750 ± 42	10 ± 3
LiF10-PLi10-Cu10-Pb30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1.005$	2082 ± 46	9 ± 3
B30PE10-BiPE10-Cu10-Fe30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1.005$	957 ± 31	3 ± 2
PLi10-B30PE10-Cu10-Fe30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1.005$	1039 ± 32	2 ± 1
PLi10-LiF10-Cu10-Fe30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1.005$	1338 ± 37	9 ± 3
PLi als innere Schicht			
B30PE10-BiPE10-Cu10-Pb30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1.005$	2419 ± 49	11 ± 3
B30PE10-PLi10-Cu10-Pb30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1.005$	3022 ± 55	8 ± 3
B30PE10-LiF10-Cu10-Pb30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1.005$	3616 ± 60	9 ± 3
GdO5-B30PE10-Cu10-Pb30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1.005$	2188 ± 47	10 ± 3
LiF10-Paraffin10-Cu10-Pb30	$1,01 \cdot 10^6 \pm \pm 1.005$	4325 ± 66	22 ± 5
LiF10-PLi10-Cu10-Pb30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1.005$	2839 ± 53	10 ± 3
B30PE10-BiPE10-Cu10-Fe30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1.005$	1662 ± 41	7 ± 3
PLi10-B30PE10-Cu10-Fe30	$1,00 \cdot 10^6 \pm 1.000$	1025 ± 32	8 ± 3
PLi10-LiF10-Cu10-Fe30	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1.005$	1934 ± 44	6 ± 2

Tabelle C.8: Gezeigt werden $P_{reg/sim}$, $t_{Messzeit}$ und B für die Multi – Layer – Abschirmungen für verschiedene Materialien der inneren Schicht.

Abschirmung	$P_{reg/sim}$ [%]	$t_{Messzeit}$ [yr]	B $\left[\frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}\right]$
ohne innere Schicht			
B30PE10-BiPE10-Cu10-Pb30	$0,552 \pm 0,007$	11 ± 3	$(18 \pm 7) \cdot 10^{-6}$
B30PE10-PLi10-Cu10-Pb30	$1,074 \pm 0,010$	11 ± 3	$(10 \pm 4) \cdot 10^{-6}$
B30PE10-LiF10-Cu10-Pb30	$1,642 \pm 0,013$	11 ± 3	$(55 \pm 16) \cdot 10^{-6}$
GdO5-B30PE10-Cu10-Pb30	$0,159 \pm 0,004$	11 ± 3	$(11 \pm 5) \cdot 10^{-6}$
LiF10-Paraffin10-Cu10-Pb30	$1,142 \pm 0,011$	11 ± 3	$(33 \pm 10) \cdot 10^{-6}$
LiF10-PLi10-Cu10-Pb30	$1,106 \pm 0,011$	11 ± 3	$(33 \pm 10) \cdot 10^{-6}$
B30PE10-BiPE10-Cu10-Fe30	$0,346 \pm 0,006$	10 ± 3	$(17 \pm 6) \cdot 10^{-6}$
PLi10-B30PE10-Cu10-Fe30	$0,380 \pm 0,009$	5 ± 1	$(33 \pm 13) \cdot 10^{-6}$
PLi10-LiF10-Cu10-Fe30	$0,794 \pm 0,009$	11 ± 3	$(20 \pm 7) \cdot 10^{-6}$
Cu als innere Schicht			
B30PE10-BiPE10-Cu10-Pb30	$0,207 \pm 0,005$	11 ± 3	$(1 \pm 1) \cdot 10^{-6}$
B30PE10-PLi10-Cu10-Pb30	$0,137 \pm 0,004$	11 ± 3	$(9 \pm 4) \cdot 10^{-6}$
B30PE10-LiF10-Cu10-Pb30	$0,175 \pm 0,004$	11 ± 3	$(6 \pm 3) \cdot 10^{-6}$
GdO5-B30PE10-Cu10-Pb30	$0,157 \pm 0,004$	12 ± 3	$(7 \pm 3) \cdot 10^{-6}$
LiF10-Paraffin10-Cu10-Pb30	$0,173 \pm 0,004$	11 ± 3	$(12 \pm 5) \cdot 10^{-6}$
LiF10-PLi10-Cu10-Pb30	$0,206 \pm 0,005$	11 ± 3	$(11 \pm 5) \cdot 10^{-6}$
B30PE10-BiPE10-Cu10-Fe30	$0,095 \pm 0,003$	11 ± 3	$(4 \pm 2) \cdot 10^{-6}$
PLi10-B30PE10-Cu10-Fe30	$0,103 \pm 0,003$	11 ± 3	$(2 \pm 1) \cdot 10^{-6}$
PLi10-LiF10-Cu10-Fe30	$0,132 \pm 0,004$	11 ± 3	$(11 \pm 5) \cdot 10^{-6}$
PLi als innere Schicht			
B30PE10-BiPE10-Cu10-Pb30	$0,240 \pm 0,005$	11 ± 3	$(14 \pm 5) \cdot 10^{-6}$
B30PE10-PLi10-Cu10-Pb30	$0,299 \pm 0,005$	11 ± 3	$(10 \pm 4) \cdot 10^{-6}$
B30PE10-LiF10-Cu10-Pb30	$0,358 \pm 0,006$	11 ± 3	$(11 \pm 5) \cdot 10^{-6}$
GdO5-B30PE10-Cu10-Pb30	$0,217 \pm 0,005$	11 ± 3	$(12 \pm 5) \cdot 10^{-6}$
LiF10-Paraffin10-Cu10-Pb30	$0,428 \pm 0,007$	11 ± 3	$(27 \pm 9) \cdot 10^{-6}$
LiF10-PLi10-Cu10-Pb30	$0,281 \pm 0,005$	11 ± 3	$(12 \pm 5) \cdot 10^{-6}$
B30PE10-BiPE10-Cu10-Fe30	$0,165 \pm 0,004$	11 ± 3	$(9 \pm 4) \cdot 10^{-6}$
PLi10-B30PE10-Cu10-Fe30	$0,103 \pm 0,003$	11 ± 3	$(10 \pm 4) \cdot 10^{-6}$
PLi10-LiF10-Cu10-Fe30	$0,191 \pm 0,004$	11 ± 3	$(7 \pm 4) \cdot 10^{-6}$

Tabelle C.9: Gezeigt werden die erhaltenen absoluten Werte für die Brick – Abschirmungen.

Abschirmung	N_{sim}	N_{reg}	N_{regROI}
ohne Emulsion	$2,52 \cdot 10^6 \pm 1586$	3835 ± 62	25 ± 5
ohne Emulsion (B30PE)	$2,32 \cdot 10^6 \pm 1523$	1732 ± 42	8 ± 3
ohne Emulsion (PLi)	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1002$	1038 ± 32	7 ± 3
OPERA	$2,52 \cdot 10^6 \pm 1586$	3138 ± 56	15 ± 4
OPERA (B30PE)	$2,54 \cdot 10^6 \pm 1594$	2868 ± 54	16 ± 4
OPERA (PLi)	$1,00 \cdot 10^6 \pm 1000$	1012 ± 32	2 ± 1
105 μm PS	$2,02 \cdot 10^6 \pm 1420$	2461 ± 50	16 ± 4
105 μm B30PE	$2,54 \cdot 10^6 \pm 1592$	2386 ± 49	14 ± 4
105 μm PLi	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1002$	872 ± 30	3 ± 2
305 μm PS	$1,51 \cdot 10^6 \pm 1229$	1966 ± 44	10 ± 3
305 μm B30PE	$2,55 \cdot 10^6 \pm 1595$	2032 ± 45	18 ± 4
305 μm PLi	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1002$	973 ± 31	7 ± 3
500 μm Pb – 105 μm PS	$1,54 \cdot 10^6 \pm 1241$	3338 ± 58	20 ± 4
500 μm Pb – 105 μm B30PE	$2,55 \cdot 10^6 \pm 1595$	4560 ± 68	15 ± 4
500 μm Pb – 105 μm PLi	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1002$	2189 ± 47	12 ± 3
500 μm Pb – 305 μm PS	$1,51 \cdot 10^6 \pm 1229$	3111 ± 56	17 ± 4
500 μm Pb – 305 μm B30PE	$2,55 \cdot 10^6 \pm 1595$	3487 ± 59	16 ± 4
500 μm Pb – 305 μm PLi	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1002$	1951 ± 44	9 ± 3
1500 μm Pb – 105 μm PS	$2,52 \cdot 10^6 \pm 1586$	1852 ± 43	15 ± 4
1500 μm Pb – 105 μm B30PE	$2,54 \cdot 10^6 \pm 1594$	1321 ± 36	7 ± 3
1500 μm Pb – 105 μm PLi	$1,00 \cdot 10^6 \pm 1000$	697 ± 26	6 ± 2
1500 μm Pb – 305 μm PS	$2,25 \cdot 10^6 \pm 1500$	1637 ± 40	7 ± 3
1500 μm Pb – 305 μm B30PE	$2,54 \cdot 10^6 \pm 1592$	1026 ± 32	4 ± 2
1500 μm Pb – 105 μm PLi	$1,00 \cdot 10^6 \pm 1000$	383 ± 20	2 ± 1
PLi3-PES8-Em4-Pb38	$1,01 \cdot 10^6 \pm 1005$	7084 ± 84	41 ± 6

Tabelle C.10: Gezeigt werden $P_{reg/sim}$, $t_{Messzeit}$ und B für die Brick – Abschirmungen.

Abschirmung	$P_{reg/sim}$ [%]	$t_{Messzeit}$ [yr]	B $\left[\frac{\text{Ereignisse}}{\text{keV}\cdot\text{kg}\cdot\text{yr}}\right]$
ohne Emulsion	$0,152 \pm 0,002$	28 ± 7	$(12 \pm 5) \cdot 10^{-6}$
ohne Emulsion (B30PE)	$0,075 \pm 0,002$	25 ± 6	$(4 \pm 2) \cdot 10^{-6}$
ohne Emulsion (PLi)	$0,103 \pm 0,003$	11 ± 3	$(9 \pm 1) \cdot 10^{-6}$
OPERA	$0,125 \pm 0,002$	28 ± 7	$(7 \pm 4) \cdot 10^{-6}$
OPERA (B30PE)	$0,113 \pm 0,002$	28 ± 7	$(8 \pm 4) \cdot 10^{-6}$
OPERA (PLi)	$0,101 \pm 0,003$	11 ± 3	$(2 \pm 1) \cdot 10^{-6}$
105 μm PS	$0,122 \pm 0,002$	22 ± 5	$(10 \pm 5) \cdot 10^{-6}$
105 μm B30PE	$0,094 \pm 0,002$	28 ± 7	$(7 \pm 4) \cdot 10^{-6}$
105 μm PLi	$0,087 \pm 0,003$	11 ± 3	$(4 \pm 3) \cdot 10^{-6}$
305 μm PS	$0,130 \pm 0,003$	17 ± 4	$(8 \pm 5) \cdot 10^{-6}$
305 μm B30PE	$0,080 \pm 0,002$	28 ± 7	$(9 \pm 4) \cdot 10^{-6}$
305 μm PLi	$0,097 \pm 0,003$	11 ± 3	$(9 \pm 5) \cdot 10^{-6}$
500 μm Pb-105 μm PS	$0,217 \pm 0,004$	17 ± 4	$(16 \pm 8) \cdot 10^{-6}$
500 μm Pb-105 μm B30PE	$0,179 \pm 0,003$	28 ± 7	$(7 \pm 4) \cdot 10^{-6}$
500 μm Pb-105 μm PLi	$0,218 \pm 0,004$	11 ± 3	$(15 \pm 8) \cdot 10^{-6}$
500 μm Pb-305 μm PS	$0,206 \pm 0,004$	17 ± 4	$(14 \pm 7) \cdot 10^{-6}$
500 μm Pb-305 μm B30PE	$0,137 \pm 0,002$	28 ± 7	$(8 \pm 4) \cdot 10^{-6}$
500 μm Pb-305 μm PLi	$0,194 \pm 0,004$	11 ± 3	$(11 \pm 6) \cdot 10^{-6}$
1500 μm Pb-105 μm PS	$0,074 \pm 0,002$	28 ± 7	$(7 \pm 4) \cdot 10^{-6}$
1500 μm Pb-105 μm B30PE	$0,052 \pm 0,001$	28 ± 7	$(3 \pm 2) \cdot 10^{-6}$
1500 μm Pb-105 μm PLi	$0,070 \pm 0,003$	11 ± 3	$(7 \pm 5) \cdot 10^{-6}$
1500 μm Pb-305 μm PS	$0,073 \pm 0,002$	25 ± 6	$(4 \pm 2) \cdot 10^{-6}$
1500 μm Pb-305 μm B30PE	$0,040 \pm 0,001$	28 ± 7	$(2 \pm 1) \cdot 10^{-6}$
1500 μm Pb-105 μm PLi	$0,038 \pm 0,002$	11 ± 3	$(2 \pm 1) \cdot 10^{-6}$
PLi3-PES8-Em4-Pb38	$0,701 \pm 0,008$	11 ± 3	$(50 \pm 5) \cdot 10^{-6}$

Abbildungsverzeichnis

2.1 Wirkungsquerschnitt der Reaktionen $e^+e^- \rightarrow$ Hadronen in der Nähe der Z^0 – Resonanz [P+04] 11
2.2 Massenhierachie der Neutrinomassen 15

3.1 $m(A, Z)$ in Abhängigkeit von Z für gerades A [Köt09] 22
3.2 Feynman – Diagramm des $2\nu\beta\beta$ – Zerfalls. 23
3.3 Feynman – Diagramm des $0\nu\beta\beta$ – Zerfalls. 24
3.4 m_{ν_e} – und RHC – Mechanismus für den $0\nu\beta\beta$ – Zerfall. 25
3.5 Verschiedene Energiespektren der Elektronen aus dem Doppel – Beta – Zerfall [Zub03] 28
3.6 Kernmatrixelemente für verschiedene Kerne und Modelle [Sch10] . . . 29
3.7 Gemessenes Energiespektrum des Heidelberg – Moscow – Experiments ($71,7\,\mathrm{kg{\cdot}yr}$) [KK+04] 31

4.1 Sensitivität auf die messbare Halbwertszeit in Abhängigkeit der Messdauer, der Untergrundrate und der Energieauflösung [Köt09] 35
4.2 Spektrum des natürlichen Gammauntergrunds 37
4.3 Schematische Darstellung eines Schauers, ausgelöst durch ein Proton [Gru05]. 38
4.4 Totaler Myonfluss in Abhängigkeit der Tiefe [Sci] 39
4.5 Energieauflösung 40
4.6 Rate der Neutronen in Abhängigkeit der Myonenergie [W+01] 42
4.7 Neutronenspektrum in Halle C des LNGS [A+99b] 45

5.1 CdZnTe – Detektor [COB] 48
5.2 Delrinhalterung für 4×4 Detektoren [COB] 49
5.3 Abschirmung des Prototyps 51

6.1 Schematische Darstellung des systematischen und des statistischen Fehlers [Ste09] 54
6.2 Schematische Darstellung des gesamten Aufbaus 56
6.3 Schematische Darstellung eines Detektorhalters. 56
6.4 Energieverteilung der simulierten Neutronen für verschiedene Untergrundlabore [MH06]. 58
6.5 schematische Darstellung der Vergleichsabschirmung ohne individuelle Schicht. 59

6.6 schematische Darstellung der Abschirmung der Universität Warwick. . 60
6.7 Schematische Darstellung der adaptierten Abschirmung des Cuoricino – Experiments. 60
6.8 Schematische Darstellung der Multi – Layer Abschirmung 63
6.9 schematische Darstellung der Abschirmung mit OPERA – Bricks. . . . 66
6.10 schematische Darstellung der Multi – Konfiguration mit den Materialien des OPERA – Bricks. 66
6.11 Aufbau eines OPERA – Bricks 67
6.12 Schematischer Aufbau der Abschirmung mit einem Tank. 68

7.1 Energieverteilung der Vergleichsabschirmungen 73
7.2 Energieverteilung von der Single – Layer – Abschirmung 75
7.3 Energieverteilung zweier Multi – Layer – Abschirmungen 77
7.4 Energieverteilung der besten Multi – Layer – Abschirmung 78
7.5 Neutronen / Photonen für Blei als innerer Schicht 79
7.6 Neutronen / Photonen für Kupfer als innerer Schicht 79
7.7 Neutronen / Photonen für Lithium – dotiertes Polyethylen als innerer Schicht 80
7.8 Neutronen / Photonen ohne innerer Schicht 80
7.9 Energieverteilung des OPERA – Brick – Abschirmung 82
7.10 Energieverteilung von Brick – Abschirmung mit unterschiedlichen Materialien der Kunststoffschicht 83
7.11 Energieverteilung von Brick – Abschirmung mit unterschiedlichen Dicken der Kunststoffschicht 83
7.12 Energieverteilung von Brick – Abschirmung mit unterschiedlichen Dicken der Bleischicht 84
7.13 Energieverteilung von Brick – Abschirmung mit unterschiedlichen Dicken der Emulsionsschicht 84
7.14 Energieverteilung der Multi – Layer – Konfiguration mit den Materialien des OPERA – Bricks 85
7.15 Energieverteilung der Tank – Abschirmungen 87
7.16 Energieverteilung der 2,0 m – Tank – Abschirmungen im Vergleich zur Warwick – Abschirmung 87
7.17 Energieverteilung der drei besten Abschirmungen aus des drei Konzepten: Brick – Abschirmung (schwarze, durchgezogenge Linie), Multi – Layer – Abschirmung (rote, gestrichelte Linie) und Tank – Abschirmung (blaue, gepunktete Linie). 89

B.1 Dargestellt ist ein maßstabsgetreuer Ausschnitt des schematischen Aufbaus der Abschirmung mit virtuellen Detektoren. 97
B.2 Dargestellt ist ein maßstabsgetreuer Ausschnitt des schematischen Aufbaus der Abschirmung mit Tank und virtuellen Detektoren. 98

Tabellenverzeichnis

2.1 Übersicht: Wechselwirkungen und zugehörige Austauschbosonen . . . 9
2.2 Übersicht: Fermionen 10

4.1 Gemessene Daten des Neutronenfluss am LNGS von [B$^+$89] und [A$^+$99b] 44

5.1 Übersicht: $\beta\beta$ – Isotope in CdZnTe – Kristallen 48
5.2 aktuelle Ergebnisse des COBRA – Experiments 50

6.1 Zusammenfassung: E_μ und Fitparameter für das Neutronenergiespektrum und die Neutronwinkelverteilung. 58
6.2 Aufteilung der Materialien für die Multi – Layer – Abschirmung. 64
6.3 Übersicht der untersuchten Konfigurationen für die Brick – Abschirmung 65

7.1 Abkürzungen für die verwendeten Materialien. 72
7.2 Daten: Vergleichsabschirmungen 72
7.3 $P_{reg/sim}$, B: Vergleichsabschirmungen 73
7.4 Daten: Single – Layer – Abschirmung (nur Paraffin) 74
7.5 $P_{reg/sim}$, B: Single – Layer – Abschirmung (nur Paraffin) 75
7.6 Daten: Multi – Layer – Abschirmung (Auswahl) 76
7.7 $P_{reg/sim}$, $t_{Messzeit}$, B: Multi – Layer – Abschirmung (Auswahl) 76
7.8 Daten: Beste Multi – Layer – Abschirmung 78
7.9 $P_{reg/sim}$, $t_{Messzeit}$, B: Beste Multi – Layer – Abschirmung 78
7.10 Daten: Brick – Abschirmung (Auswahl) 82
7.11 $P_{reg/sim}$, $t_{Messzeit}$, B: Brick – Abschirmung (Auswahl) 82
7.12 Daten: Tank – Abschirmung 86
7.13 $P_{reg/sim}$, $t_{Messzeit}$, B: Tank – Abschirmung 86
7.14 Daten: beste Abschirmungen von drei Konzepten 88
7.15 $P_{reg/sim}$, $t_{Messzeit}$, B: beste Abschirmungen von drei Konzepten 89

A.1 Zusammensetzung der Abschirmmaterialien 93
A.2 Wirkunugsquerschnitte für die verwendeten Elemente / Iosotpe [Sea92] 95

C.1 Daten: Single – Abschirmungen 100
C.2 $P_{reg/sim}$, B: Single – Layer – Abschirmungen 101
C.3 Daten: Multi – Layer – Abschirmungen mit Pb 102
C.4 $P_{reg/sim}$, $t_{Messzeit}$, B für die Multi – Layer – Abschirmungen mit Pb . . 103
C.5 Daten: Multi – Layer – Abschirmungen mit Fe 104

C.6 $P_{reg/sim}$, $t_{Messzeit}$, B für die Multi – Layer – Abschirmungen mit Fe . . 105
C.7 Daten: Multi – Layer – Abschirmungen für verschiedene Materialien der inneren Schicht 106
C.8 $P_{reg/sim}$, $t_{Messzeit}$, B: Multi – Layer – Abschirmungen für verschiedene Materialien der inneren Schicht 107
C.9 Daten: Brick – Abschirmungen 108
C.10 $P_{reg/sim}$, $t_{Messzeit}$, B: Brick – Abschirmungen 109

Literaturverzeichnis

[A+89a] M. Aglietta et al. Neutron flux generated bz cosmic – ray muons at 5200 hg/cm^2 underground. depth – neutron intensity curve. *Il Nuovo Cimento*, 12C(4), 1989.

[A+89b] R. Aleksan et al. Measurement of fast neutrons in the gran sasso laboratory using a 6li doped liquid scintillator. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 274(1-2):203 – 206, 1989.

[A+99a] M. Aglietta et al. Measurement of the neutron flux produced by cosmic-ray muons with LVD at Gran Sasso. 1999.

[A+99b] F. Arneodo et al. Neutron background measurement in the hall c of the gran sasso laboratory. *Il Nuovo Cimento*, 112A(8), 1999.

[A+03] M. Ambrosio et al. Measurement of the residual energy of muons in the Gran Sasso underground laboratories. *Astropart. Phys.*, 19:313–328, 2003.

[A+04] C. Arnaboldi et al. Cuore: a cryogenic underground observatory for rare events. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 518(3):775 – 798, 2004.

[A+08a] C. Amsler et al. Review of particle physics. *Phys. Lett.*, B667:1, 2008.

[A+08b] C. Arnaboldi et al. Results from a search for the $\nu\beta\beta$-decay of $te130$. *Phys. Rev. C*, 78(3):035502, Sep 2008.

[A+09] R. Acquafredda et al. The OPERA experiment in the CERN to Gran Sasso neutrino beam. *JINST*, 4:P04018, 2009.

[B+73] L.B. Bezrukov et al., 1973.

[B+89] P. Belli et al. Depp undergrund neutron flux measurement with large BF_3 counters. *Il Nuovo Cimento*, 101A(6), 1989.

[B+00] F. Boehm et al. Neutron production by cosmic-ray muons at shallow depth. 62(9):092005, Oct 2000.

[Bar02] A. S. Barabash. Average (recommended) half-life values for two neutrino double beta decay. *Czech. J. Phys.*, 52:567–573, 2002.

[Bar04] A. S. Barabash. Double-beta-decay experiments: Present status and prospects for the future. *Phys. Atom. Nucl.*, 67:438–452, 2004.

[BI09] J. Barea and F. Iachello. Neutrinoless double-β decay in the microscopic interacting boson model. *Phys. Rev. C*, 79(4):044301, Apr 2009.

[C+80] Y. Chikashige et al. Spontaneously broken lepton number and cosmological constraints on the neutrino mass spectrum. *Phys. Rev. Lett.*, 45(24):1926–1929, Dec 1980.

[C+95] M. Cribler et al. The neutron induced background in gallex. *Astroparticle Physics*, 4(1):23 – 32, 1995.

[C+08] E. Caurier et al. Influence of pairing on the nuclear matrix elements of the neutrinoless $\beta\beta$ decays. *Phys. Rev. Lett.*, 100(5):052503, Feb 2008.

[COB] Collaboration COBRA ˙http://cobra-experiment.org/.

[Col07] COBRA Collaboration. *The Venom Simulation Framework for COBRA*, 2007.

[Cre03] O. Cremonesi. Neutrinoless double beta decay: Present and future. *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements*, 118:287 – 296, 2003. Proceedings of the XXth International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics.

[D+62] G. Danby et al. Observation of high-energy neutrino reactions and the existence of two kinds of neutrinos. *Phys. Rev. Lett.*, 9(1):36–44, Jul 1962.

[D+03] F. A. Danevich et al. Search for 2β decay of cadmium and tungsten isotopes: Final results of the solotvina experiment. *Phys. Rev. C*, 68(3):035501, Sep 2003.

[D+09] J. V. Dawson et al. Experimental study of double-β decay modes using a cdznte detector array. *Phys. Rev. C*, 80(2):025502, Aug 2009.

[Dem09] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 4: Kern-, Teilchen- und Astrophysik (Springer-Lehrbuch) (German Edition)*. Springer, 3., überarb. aufl. edition, 10 2009.

[EHM87] S. R. Elliott, A. A. Hahn, and M. K. Moe. Direct evidence for two-neutrino double-beta decay in $se82$. *Phys. Rev. Lett.*, 59(18):2020–2023, Nov 1987.

[Eo87] R.I. Enikeev and others., 1987.

[Fir48] E. Fireman. Minutes of the meeting at washington, april 29 to may 1, 1948. *Phys. Rev.*, 74(9):1201–1253, Nov 1948.

[FM04] J.A. Formaggio and C.J. Martoff. Backgrounds to sensitive experiments underground. *Annual Review of Nuclear and Particle Sciense*, 54:361–412, 2004.

[Fur39] W. H. Furry. On transition probabilities in double beta-disintegration. *Phys. Rev.*, 56(12):1184–1193, Dec 1939.

[Gea] Geant4. http://geant4.cern.ch/.

[GK89] K. Grotz and H. V. Klapdor. *Die schwache Wechselwirkung in Kern-, Teilchen- und Astrophysik. Eine Einführung.* Teubner Verlag, 1 edition, 1989.

[GM35] M. Goeppert-Mayer. Double beta-disintegration. *Phys. Rev.*, 48(6):512–516, Sep 1935.

[GR81] G. B. Gelmini and M. Roncadelli. Left-handed neutrino mass scale and spontaneously broken lepton number. *Physics Letters B*, 99(5):411 – 415, 1981.

[GR95] G. Gelmini and E. Roulet. Neutrino masses. *Reports on Progress in Physics*, 58(10), 1995.

[Gru05] C. Grupen. *Astroparticle Physics.* Springer, 1 edition, 7 2005.

[H+95] R. Hertenberger et al. Muon-induced neutron and pion production in an organic liquid scintillator at a shallow depth. *Phys. Rev. C*, 52(6):3449–3459, Dec 1995.

[Heu95] G. Heusser. Low – radioactivitz background techniques. *Annual Review of Nuclear and Particle Sciense*, 45:543–590, 1995.

[Hos00] K. Hoshino. Result from donut: First direct evidence for tau-neutrino. Aug 2000.

[IR50] M. G. Inghram and J.. H. Reynolds. Double beta-decay of te^{130}. *Phys. Rev.*, 78(6):822–823, Jun 1950.

[KK87] H. V. Klapdor-Kleingrothaus. Proposal. *MPI-1987-V17*, 1987.

[KK+04] H. V. Klapdor-Kleingrothaus et al. Search for neutrinoless double beta decay with enriched 76ge in gran sasso 1990-2003. *Physics Letters B*, 586(3-4):198 – 212, 2004.

[KK+06] H. V. Klapdor-Kleingrothaus et al. The evidence for the observation of $0\nu\beta\beta$ events from the full spectra. *Modern Physics Letters A*, 21(20):1547 – 1566, 2006.

[KKS95] H. V. Klapdor-Kleingrothaus and Andreas Staudt. *Teilchenphysik ohne Beschleuniger.* Teubner Verlag, 1995.

[Kno00] Glenn F. Knoll. *Radiation Detection and Measurement.* Wiley, 3 edition, 1 2000.

[Ko95] F. F. Khalchukov and others. Hadrons and other secondaries generated by cosmic-ray muons underground. *Il Nuovo Cimento*, 18C(5), 1995.

[Köt09] Tobias Kötig. Status des cobra experiments, 2009.

[Lan95] P. Langacker, editor. *Precision Tests of the Standard Electroweak Model (Advanced Series on Directions in High Energy Physics)*. World Scientific Pub Co Inc, 4 1995.

[MH06] D.-M. Mei and A. Hime. Muon-induced background study for underground laboratories. *Physical Review D*, 73, 2006.

[MS10] M. Mezzetto and T. Schwetz. Θ_{13}: phenomenology, present status and prospect. 2010.

[OPE] Collaboration OPERA ˙http://operaweb.lngs.infn.it/.

[P+04] B. Povh et al. *Teilchen und Kerne: Eine Einführung in die physikalischen Konzepte (Springer-Lehrbuch) (German Edition)*. Springer, 6. aufl. edition, 5 2004.

[Pau78] W. Pauli. Dear radioactive ladies and gentlemen. *Phys. Today*, 31N9:27, 1978.

[R+88] A. Rindi et al. Underground neutron flux measurement. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 272(3):871 – 874, 1988.

[RC56] F. Reines and C. L. Cowan. The neutrino. *Nature*, 178:446–449, 1956.

[Ree09] C. Reeves. *Data Analysis and Background Studies for the COBRA neutrinoless Doble – Beta Decay Experiment*. PhD thesis, University of Sussex, 2009.

[S+06] D. Y. Stewart et al. Radiation shielding for underground low-background experiments. *AIP Conf. Proc.*, 870:568–571, 2006.

[S+08] F. Simkovic et al. Anatomy of the $\nu\beta\beta$ nuclear matrix elements. *Phys. Rev. C*, 77(4):045503, Apr 2008.

[Sch97] N. Schmitz. *Neutrinophysik*. Teubner Verlag, 6 1997.

[Sch10] S. Schönert. Neutrinoless double beta decay. *Journal of Physics: Conference Series*, 203(1):012014, 2010.

[Sci] Deep Science. http://www.deepscience.org/contents/underground_universe.shtml.

[Sea92] V. F. Sears. Neutron scattering lengths and cross sections. *Neutron News*, 3(3):26 – 37, 1992.

[StCc10] M. Sisti and the Cuore collaboration. From cuoricino to cuore: Investigating neutrino properties with double beta decay. *Journal of Physics: Conference Series*, 203(1):012069, 2010.

[Ste09] D. Y. Stewart. *Double Beta Decay with the COBRA Experiment*. PhD thesis, Universität of Warwick, 2009.

[SV88] A. Santamaria and J. W. F. Valle. Supersymmetric majoron signatures and solar neutrino oscillations. *Phys. Rev. Lett.*, 60(5):397–400, Feb 1988.

[TG04] Collaboration The GERDA ˙The germanium detector array for the search of neutrinoless $\beta\beta$ decays of ^{76}ge at lngs. Technical report, September 2004.

[TG05] Collaboration The GERDA ˙Gerda – technical proposal. Technical report, März 2005.

[W+01] Y.-F. Wang et al. Predicting neutron production from cosmic-ray muons. *Phys. Rev. D*, 64(1):013012, Jun 2001.

[W+10] R. Wendell et al. Atmospheric neutrino oscillation analysis with sub-leading effects in Super-Kamiokande I, II, and III. 2010.

[Wul03] H. Wulandari. *Study on Neutron – Induced Background in the Dark Matter Experiment CRESST*. PhD thesis, Technische Universität München, 2003.

[Zub01] K. Zuber. Cobra–double beta decay searches using cdte detectors. *Physics Letters B*, 519(1-2):1 – 7, 2001.

[Zub03] Kai Zuber. *Neutrino Physics (Series in High Energy Physics, Cosmology and Gravitation)*. Taylor und Francis, 1 edition, 11 2003.

Danksagung

Zum Schluss möchte ich mich bei allen bedanken, die mich während des vergangenen Jahres unterstützt haben.

Bei meiner Betreuerin Prof. Dr. Caren Hagner möchte ich mich für Übertragung dieser interessanten Arbeit bedanken. Prof. Dr. Walter Schmidt – Parzefall danke ich für die Anregungen, Verbesserungsvorschläge und der Erstellung des Zweitgutachtens.

Für das letzte Jahr mit viel Spaß, Kuchen und Grillen danke ich der gesamten Arbeitsgruppe. Besonderen Dank richte ich an Dr. Björn Wonsak für die Hilfestellungen bei vielen kleineren und auch größeren Problemen, dem Beantworten meiner zahlreichen Fragen, den Ideen und Ratschlägen für diese Arbeit. Des Weiteren danke ich Christian Oldorf sowohl für die Unterstützung und dem Beantworten meiner Fragen, als auch für Sightseeing – Touren, Müller Fructiv und leckerem Pesto. Für die Versorgung mit **duplo** bedanke ich mich bei Jan Lenkeit und für eine schöne Zeit im „Mädchenbüro“ mit viel Schokolade und Obstpausen danke ich Nina Cords, Annika Hollnagel und Stefanie Kietzmann.
Darüber hinaus bedanke ich mich bei Daniel Bick, Nina Cords, Jan Lenkeit, Christian Oldorf und Dr. Björn Wonsak für das Korrekturlesen meiner Arbeit.

Meinen außerfachlichen Dank geht an meine gesamte Familie und meine Freunde. Hervorheben möchte ich hier Janine Lübcke, Lena Marbs und Nadine Weißfahl.
Meinen Freund Jan – Gerrit Lau danke ich für seine Liebe und sein Verständnis, vor allem in den letzten Zügen des Studiums.
Bei Kristin Heine bedanke ich mich für eine wunderbare Freundschaft vom ersten Moment des Studiums an. Ohne dich wäre das Studium mit Sicherheit nicht so eine schöne Zeit geworden.

Zum Schluss möchte ich meinen Eltern danken, ohne die das Studium nicht möglich gewesen wäre. Danke für eure jahrelange emotionale, als auch finanzielle Unterstützung.

Hiermit versichere ich, die vorliegende Arbeit selbständig und ausschließlich mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln verfasst zu haben.
Mit der Veröffentlichung dieser Arbeit und der Auslage in der Bibliothek bin ich einverstanden.

Hamburg, den 30. Juli 2010

Nadine Heidrich